Symmetrien

Zeichnungen und Konstruktionen zur Symmetrie

401 **A** Wähle das erste oder das zweite Bild von Vasarely im mathbuch 1 auf Seite 65. Beschreibe es.

individuelle Lösungen

B Zeichne das Bild mit einer Seitenlänge von 12 cm nach. Du kannst es vereinfachen.
Aber es sollte immer noch zu deiner Beschreibung passen.

individuelle Lösungen

C Beschreibe das Bild, welches du nicht gezeichnet hast.

mathbuch 1 ⁞ LU 20 ⁞ Arbeitsheft+ ⁞ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

D Entwirf ein eigenes «Vasarely-Bild». Entscheide zuvor, welche Symmetrien es aufweisen soll.

individuelle Lösungen

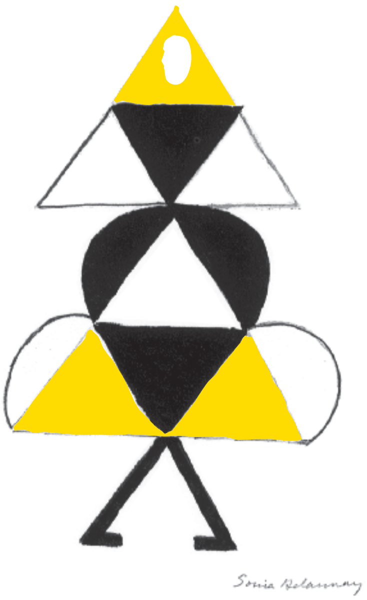
E Mit euren eigenen Bildern könnt ihr eine Ausstellung machen. Welche Kongruenzen weisen die Bilder auf?

individuelle Lösung

mathbuch 1 ⁞ LU 20 ⁞ Arbeitsheft+ ⁞ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

Mehrfachsymmetrien

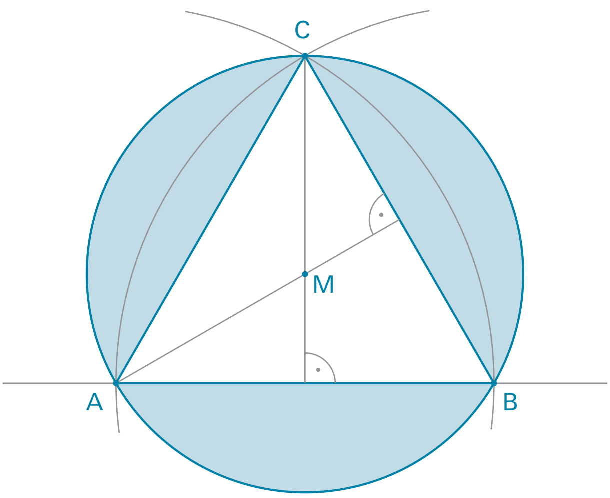
402 Die französische, aus Russland stammende Malerin Sonia Delaunay ist vor allem als Designerin berühmt geworden. Für das Stück «Le coeur à gaz» hat sie dieses Tanzkostüm entworfen.



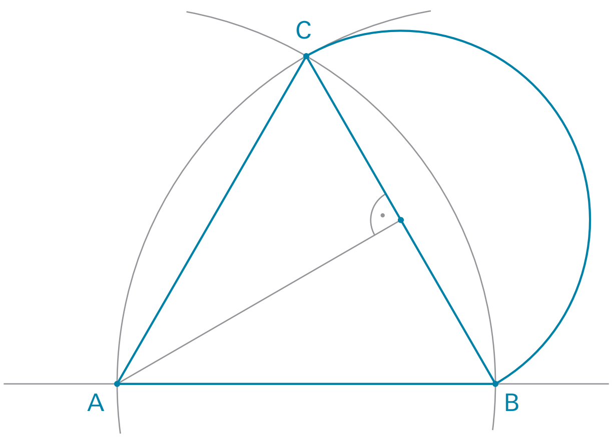
A Zeichne die symmetrische Figur ab.

B Konstruiere zwei der verwendeten Bausteine exakt nach.

gleichseitiges Dreieck mit Umkreis



gleichseitiges Dreieck mit Halbkreis



mathbuch 1 ⁝ LU 20 ⁝ Arbeitsheft+ ⁝ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

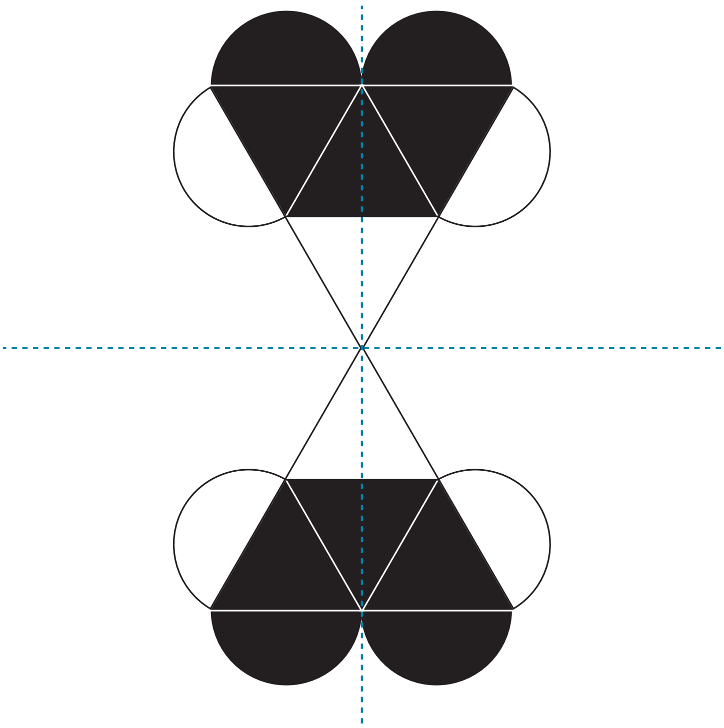
C Du hast vier Sorten Bausteine zur Verfügung:
- weisses gleichseitiges Dreieck
- schwarzes gleichseitiges Dreieck
- weisses Kreissegment
- schwarzes Kreissegment

Von jeder Sorte hast du beliebig viele Bausteine. Skizziere damit ein eigenes achsensymmetrisches «Kostüm».

individuelle Lösungen

403 **A** Baue mit der gleichen Auswahl an Bausteinen wie in Aufgabe 402 C eine Figur mit zwei Symmetrieachsen.

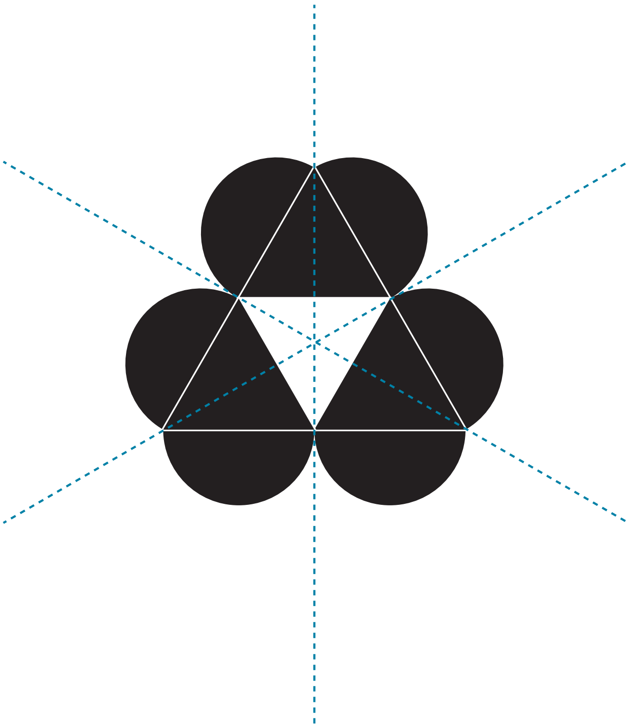
Mögliche Lösung:



mathbuch 1 ⁞ LU 20 ⁞ Arbeitsheft+ ⁞ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

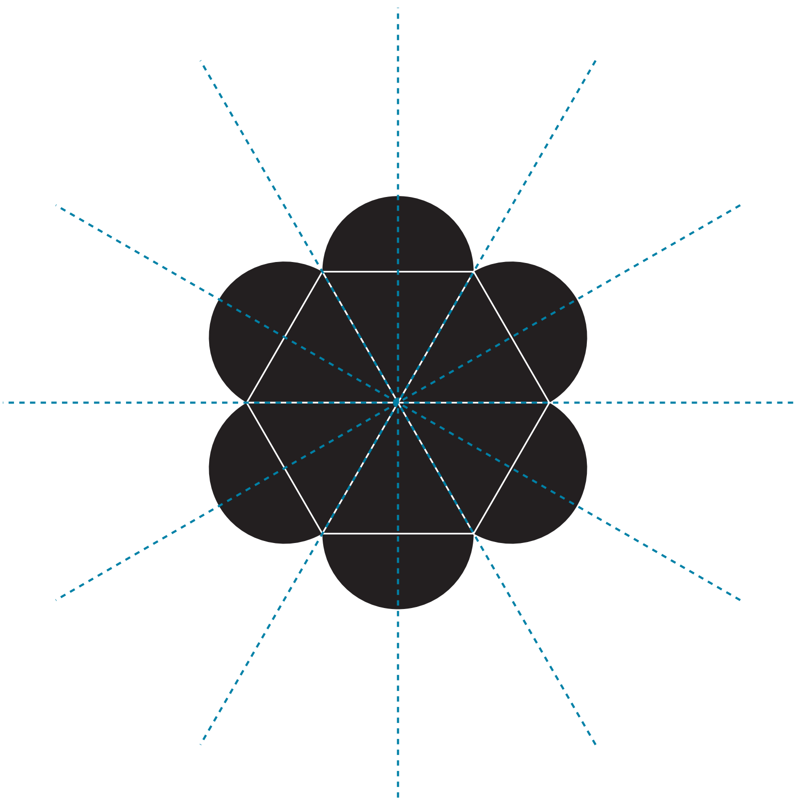
B Baue mit der gleichen Auswahl an Bausteinen eine Figur mit drei Symmetrieachsen.

Mögliche Lösung:



C Baue mit der gleichen Auswahl an Bausteinen eine Figur mit sechs Symmetrieachsen.

Mögliche Lösung:



mathbuch 1 ⋮ LU 20 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

D Welche der Figuren von A bis C sind punktsymmetrisch?

A und C

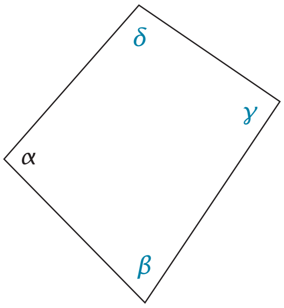
E Eine Punktsymmetrie kann nur bei bestimmten Anzahlen von Symmetrieachsen auftreten.
Beschreibe den Zusammenhang.

Eine Punktsymmetrie kann nur dann auftreten, wenn es zwei zueinander senkrechte Symmetrieachsen gibt. Eine Umkehrung der Regel gilt nicht:
Es gibt punktsymmetrische Figuren, die keine Symmetrie-Achse haben.

mathbuch 1 ⋮ LU 20 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

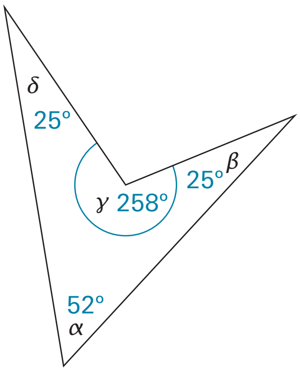
Winkel

404



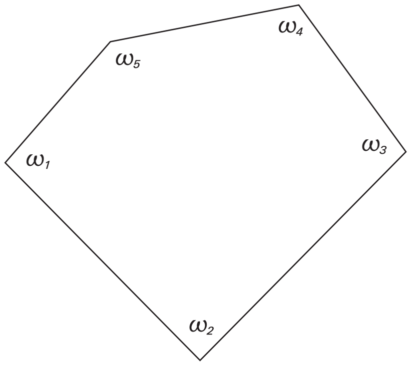
Figur 1

Winkelsumme = 360°



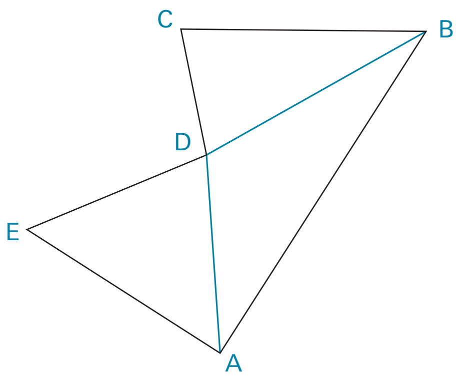
Figur 2

Winkelsumme = 360°



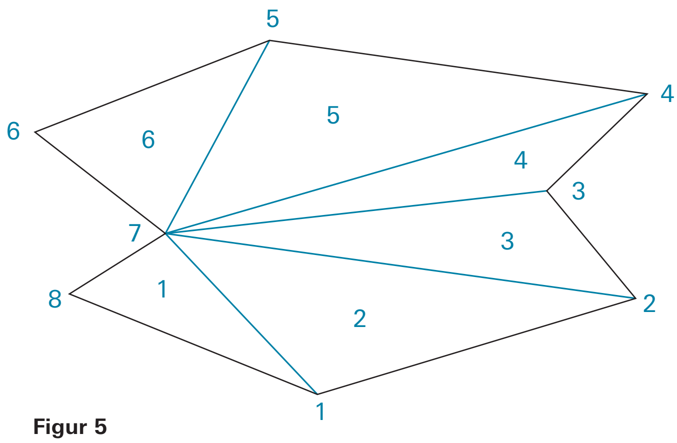
Figur 3

Winkelsumme = 540°



Figur 4

Winkelsumme = 540°



Figur 5

Winkelsumme = 1 080°

A Bezeichne die Innenwinkel der Vielecke mit α, β, γ, δ bzw. mit ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, ω_5 …

B Miss jeweils alle Winkel einer Figur und addiere deren Grössen.

C Vergleiche mit den Ergebnissen, die du in der Aufgabe 13 im Schulbuch erhalten hast.

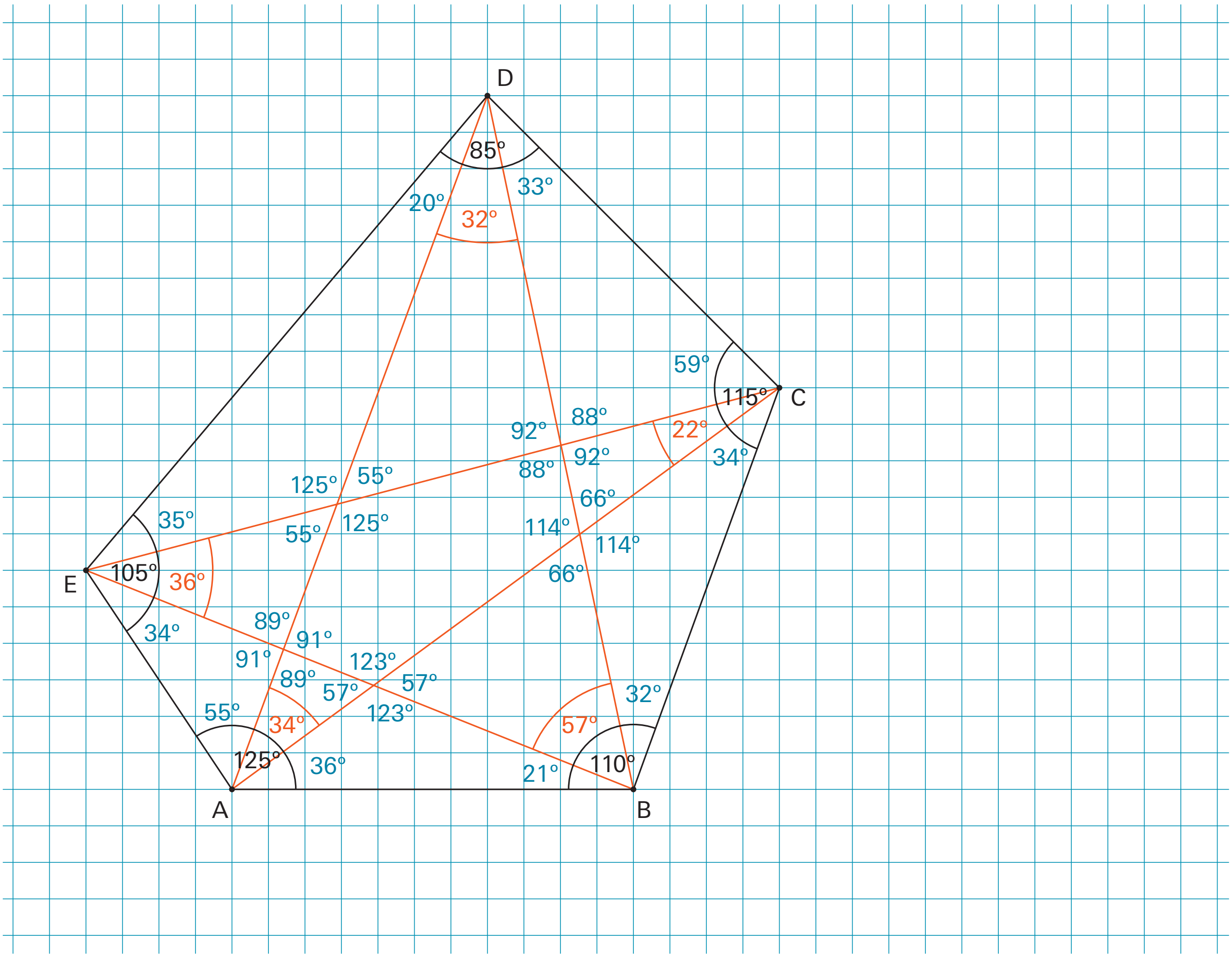
Dreieck: 180° Viereck: 360° Fünfeck: 540°

Sechseck: 720° Siebeneck: 900° Achteck: 1080°

mathbuch 1 ┊ LU 20 ┊ Arbeitsheft+ ┊ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

405 Zeichne auf Häuschenpapier die fünf Punkte A, B, C, D, E folgendermassen:

Punkt A liegt im linken Drittel unten.
Punkt B: Von A aus 5,5 cm nach rechts.
Punkt C: Von B aus 5,5 cm nach oben und 2 cm nach rechts.
Punkt D: Von C aus 4 cm nach oben und 4 cm nach links.
Punkt E: Von A aus 3 cm nach oben und 2 cm nach links.

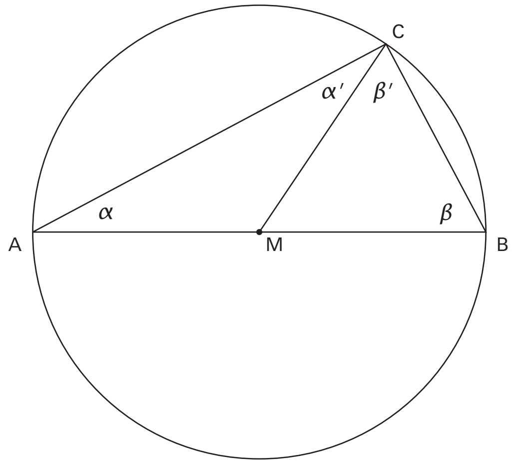


A Zeichne das Fünfeck ABCDE und miss seine Winkel. Kontrolliere die Winkelsumme.

$125° + 110° + 115° + 85° + 105° = 540°$

B Zeichne alle 5 Diagonalen ein. Dadurch entstehen in der Mitte ein kleines Fünfeck und ringsum 10 Dreiecke. Gib alle Winkel dieser 11 kleineren Figuren an. Einige musst du messen, andere lassen sich aus den gemessenen Winkeln berechnen.

406 AB ist der Durchmesser des Kreises. C ist ein beliebiger Punkt auf der Kreislinie.



A Stelle über die Grösse des Winkels ACB eine Vermutung auf.

$\sphericalangle$ ACB = $\alpha' + \beta'$ ist immer 90°.

B Versuche diese Vermutung mithilfe der Winkel in der Figur zu begründen.
Diese Erkenntnis wurde übrigens schon in der Antike von Thales von Milet (ca. 624 v. Chr. – 546 v. Chr.) gewonnen.

Mögliche Lösung:

Im Dreieck ABC gilt: $\alpha + \beta + \alpha' + \beta' = 180°$

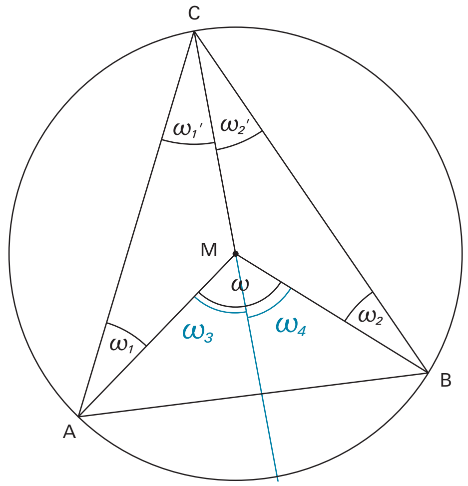
Weiterhin gilt: $\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta'$

Das bedeutet $2(\alpha + \beta) = 180°$

Entsprechend ist $\alpha' + \beta' = \alpha + \beta = 90°$

mathbuch 1 ⁝ LU 20 ⁝ Arbeitsheft+ ⁝ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

407 A, B und C sind beliebige Punkte auf der Kreislinie. M ist der Mittelpunkt des Kreises.



A Stelle eine Vermutung über die Beziehung der Winkel ACB und AMB auf.

$\omega_1' + \omega_2' = \frac{\omega}{2}$ oder: $\omega = 2(\omega_1' + \omega_2')$

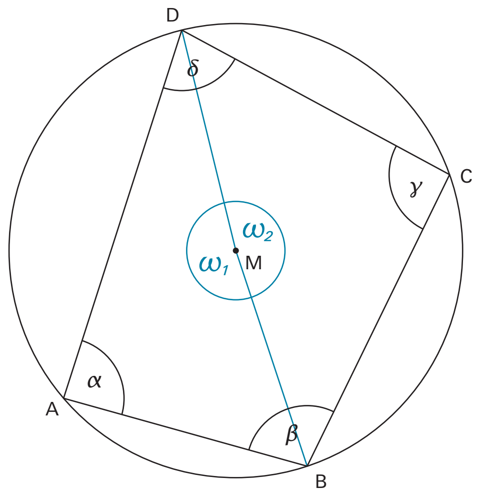
B Versuche, deine Vermutung mithilfe der Winkel in der Figur zu begründen.

$\omega_3 = \omega_1 + \omega_1' = 2\omega_1'$

$\omega_4 = \omega_2 + \omega_2' = 2\omega_2'$

$\omega = \omega_3 + \omega_4 = 2\omega_1' + 2\omega_2' = 2(\omega_1' + \omega_2')$

408 Das unten skizzierte Viereck nennt man Sehnenviereck. Jede Seite ist eine Verbindungsstrecke zwischen zwei Punkten auf einer Kreislinie. Eine solche Verbindungsstrecke nennt man auch Sehne.



A Stelle eine Vermutung über die Summe gegenüberliegender Winkel in einem Sehnenviereck auf.

$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$

B Versuche, deine Vermutung zu begründen.

$\omega_1 = 2\gamma$ (nach Beweis in Aufgabe 407)

$\omega_1 = 2\alpha$ (nach Beweis in Aufgabe 407)

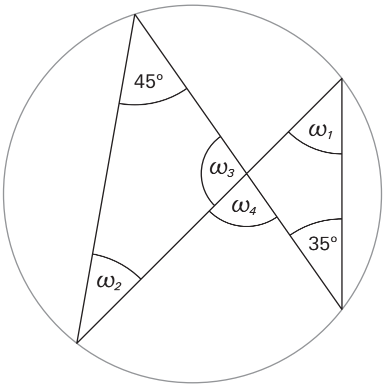
$\omega_1 + \omega_1 = 2\alpha + 2\gamma$

Da $\omega_1 + \omega_2 = 360°$ ist, muss $\alpha + \gamma = 180°$ sein.

mathbuch 1 ⋮ LU 20 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

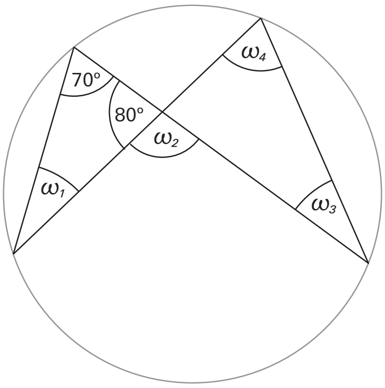
409 Berechne die fehlenden Winkel.

A



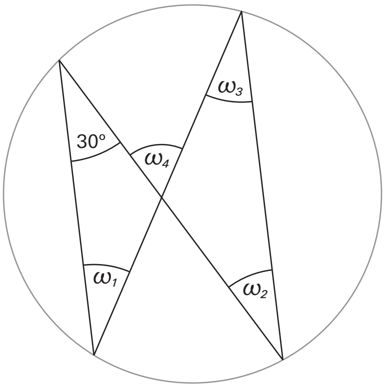
ω_1	=	45°
ω_2	=	35°
ω_3	=	100°
ω_4	=	80°

B



ω_1	=	30°
ω_2	=	100°
ω_3	=	$\omega_1 = 30°$
ω_4	=	70°

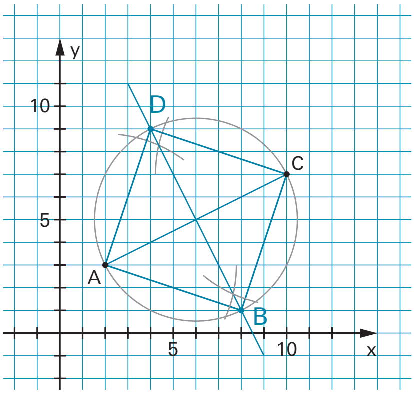
C Zwei Seiten sind parallel.



ω_1	=	$\omega_2 = \omega_3 = 30°$
ω_2	=	$\omega_1 = \omega_3 = 30°$
ω_3	=	30°
ω_4	=	$60° = \omega_1 + 30°$

mathbuch 1 ⋮ LU 20 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ weitere Aufgaben «Zusatzanforderungen»

410



A A und C sind zwei gegenüberliegende Eckpunkte eines Quadrates.
Bestimme die Koordinaten der Punkte B und D.

B (8 / 1)   D (4 / 9)

B Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

Geometrisch: Die Mittelsenkrechte auf AC konstruieren und dann mithilfe des Umkreises B und D festlegen.

Arithmetisch: Die Koordinaten ändern sich mit der Regelmässigkeit

+ 6/– 2; + 2/+ 6; – 6/+ 2; – 6/– 2