Lösungen

M Terme und Gleichungen II

M Terme und Gleichungen II

M1 Einführender Repetitionsteil

Einstiegstest (in den Lernspuren)

M01 **a)** $26x - 47$ **b)** $9x$

M02 **a)** $13x - 3y$ **b)** $4x^2 - 11x$

M03 **a)** $3x + 4$ **b)** $-4a - b$

M04 **a)** $2a^2 - a + 9$ **b)** $2x^2 + 5xy + 2y^2$

M05 **a)** $16x + 8$ **b)** $16x^2 + 5x + 3$

M06 **a)** $3x(10x + 13) = 30x^2 + 39x$
b) $(x^2 + x) : x = x + 1$

M07 **a)** $x = 1$ **b)** $x = 11$

M08 **a)** $x = 23$ **b)** $L = \{0, 1\}$

M09 $2l + 2(l - 11) = 94$, $l = 29$ cm, $b = 18$ cm, $A = 522$ cm^2

M010 Jans Gewicht: 58 kg

$\left.\begin{array}{l} J + V = 141 \\ 2J = V + 33 \end{array}\right\} \; J + 2J - 33 = 141$

Text in Term mit Variablen übersetzen

M1 **a)** $x + y + x : y$ **b)** $xy - 128$

M2 **a)** $35 - xy$ **b)** $3x + 7x$ $(= 10x)$

b) gleiche Grösse: nur eine Variable

M3 **a)** $(x + y) : 2$ **b)** $(x + y) : xy$

M4 **a)** $\frac{x}{5} - \frac{y}{3}$ **b)** $xy - (x + y)$

b) Klammer setzen!

M5 **a)** $u = 2(3x + 21y) = 6x + 42y$ **b)** $A = 17dk$

b) Inhalt Dreieck = Seite · Höhe : 2

M6 **a)** $x^2 \cdot 2x$ $(= 2x^3)$ **b)** $x \cdot 2x^2$ $(= 2x^3)$

M7 **a)** $2a$ **b)** $x \cdot y \cdot z = xyz$ [Körner]

a) $(a + b) + (a - b)$

M8 $40ax + 24bx + 10ay + 6by$

M9 $6z^2$

6 Seitenflächen

M10 $u = 8a$

M11 (1 x 4 m) 4 m^2 bzw. (2 x 3 m) 6 m^2

$u = 2l + 2b = 10$ m, also $l + b = 5$ m.
Schreibe Möglichkeiten auf!

M12 $O = 2 \cdot (6xy + 8xz + 12yz)$

M13 $O = al + 2sl + s^2$
Zusatz: $O = \left(2 + \sqrt{2}\right)sl + s^2$

Vordere und hintere Deckfläche sind je zwei halbe Quadrate.
Zusatz: Pythagoras: $a = \sqrt{2}s$

M14 **a)** $n - 1, n + 1$ **b)** $n - 1 + n + 1 = 2n$

M15 **a)** $m = 5,\ n = 6 \Rightarrow 2m - 1 = 9,\ 2n - 1 = 11$
b) $(2m - 1) + (2n - 1) = 2m + 2n - 2$
$= 2(m + n) - 2 = 2(m + n - 1)$ und das ist auf jeden Fall eine gerade Zahl.

a) Wähle für m eine ungerade, für n eine gerade Zahl

Variablenterme umformen

M16 **a)** $4x$ **b)** $3a + 3b$ **c)** $11x - y$

M17 **a)** $20ab$
b) kann nicht zusammengefasst werden
c) $4xy$

M18 **a)** $27a - 18b$ **b)** $15b$ **c)** 12

M19 **a)** $12ab - 10a - 5b$ **b)** 0 **c)** x

c) $x : x = 1$

M20 **a)** $4x + 2y$ **b)** $10u$ **c)** $18a$

M21 **a)** $10a$ **b)** $31x - 8y$ **c)** $30ax + 30x$

M22 **a)** $32y$ **b)** $900x$ **c)** 0

M23 **a)** b **b)** 0 **c)** $2b^2$

M24 **a)** $90c^2$ **b)** 0 **c)** $11a^2b - 10ab^2$

Wie quadrierst du ein Produkt?

M25 **a)** $3 + 3c$ **b)** $d + 1$ **c)** $10u^2$

M26 $26x + 6y - 6z$

M27 $11x + 3y - 6z$

M28 $40x - 8y - 16z$

M29 $136x$

Term evtl. vor dem Einsetzen schon zusammenfassen

M30 $22x - z$

Term unbedingt vor dem Einsetzen schon zusammenfassen

M31 **a)** $99x$ **b)** $27a - 26b$

mehrere Subtrahenden zusammenfassen

M32 **a)** $61x + 5y$ **b)** $a + 22b$

zuerst Klammern auflösen

M33 **a)** $4x\cancel{2}^{2} - 6x$ **b)** $6x + 2y$

M34	**a)** 1	**b)** 0	**a)** eine Grösse durch sich selbst dividiert ...
M35	**a)** $5y - 1$	**b)** xy	**a)** Distributivgesetz
M36	**a)** $7x + 17y + 2$	**b)** $4v^2 - 2v$	**a)** Klammern von innen nach aussen lösen
M37	**a)** $2a^2$	**b)** $2b^2$	
M38	**a)** $21a + 44$	**b)** 0	**a)** Punkt-vor-Strich-Regel **b)** $a - a = ?$
M39	**a)** 0	**b)** $a - 7a^2b - 4ab^2$	
M40	**a)** $a^2 + 2ab$	**b)** x^2	innere Klammer zuerst lösen
M41	**a)** 25a2 + 25ab	**b)** $50x$	**a)** falsch (Distributivgesetz) **b)** falsch
M42	**a)** richtig	**b)** richtig	
M43	**a)** $15x^2 - 15x$	**b)** richtig	**a)** falsch (nur gleiche Potenzen subtrahieren)
M44	**a)** nicht zusammenzufassen	**b)** richtig	**a)** falsch (stünde links ein Malzeichen, so wäre es richtig)
M45	**a)** $7a + 4b$	**b)** richtig	**a)** falsch «Minusklammer»

Einfache Gleichungen lösen

M46	**a)** L = {2}	**b)** L = {17}		
M47	**a)** L = {21}	**b)** L = {13}		
M48	**a)** L = {11}	**b)** L = {14}	**a)** + z	**b)** + w
M49	**a)** L = {11}	**b)** L = {138}	**a)** : 8	**b)** : 8
M50	**a)** L = {5}	**b)** L = {0}	**a)** + 10	**b)** $-2x$
M51	**a)** L = {4}	**b)** L = {1}		
M52	**a)** L = {12}	**b)** L = {2}		
M53	**a)** L = {40}	**b)** L = {1} oder L = {−1}	**a)** + 18	**b)** $(-1)^2 = 1$
M54	**a)** L = {64}	**b)** L = {1.42}		
M55	**a)** L = {57}	**b)** L = {7}	**a)** $-x^2$	**b)** Distributivgesetz
M56	**a)** L = {0}	**b)** L = {0, 1}	**a)** Distributivgesetz	**b)** Raten
M57	**a)** L = {3}	**b)** L = {0}	**a)** 2-mal distributiv	**b)** 0 : 3 = 0

M58	**a)** L = {99} **b)** L = {14}	
M59	**a)** L = {1} **b)** L = {4}	**a)** innere Klammer zuerst
M60	L = {2}	
M61	richtig	
M62	falsch, L = {7}	
M63	falsch, L = $\mathbb{N}_0$	Du erhälst eine Gleichung y = y oder 0 = 0. Diese Gleichung stimmt immer, egal welche Zahl du für y einsetzst. Deshalb ist L = G.
M64	richtig	
M65	falsch, L = {3}	
M66	L = $\{\frac{4}{3}\}$	
M67	L = $\{\frac{1}{3}\}$	zuerst · 2
M68	L = $\{\frac{5}{6}\}$	
M69	L = $\{\frac{4}{15}\}$	
M70	L = {8.5}	$2x^2 : x$ umformen
M71	L = $\{\frac{95}{24}\}$	$3 + \frac{23}{24}$
M72	L = {3}	zuerst + $\frac{2}{3}$
M73	L = {4}	
M74	L = $\{\frac{1}{3}\}$	
M75	L = {−2, 2}	Proportion: $5 \cdot 4 = x \cdot 5x$
M76	L = { }	Aus $1 : x = 0$ folgt $1 = 0 \cdot x$
M77	L = {22.5}	$\cdot\ 2x$
M78	L = {17}, L = $\{\frac{2}{7}\}$	mindestens ein Faktor muss 0 sein
M79	L = {25}	Distributivgesetz
M80	L = {23}	Vorsicht: Setze $5(x + 2)$ in Klammern: $[5(x + 2)]$

Textaufgaben

M81	$x + 3x = 60$. Zahlen: 15 und 45	Kleinere Zahl: x ; grössere Zahl: 3x
M82	$x + 7x = 984$, $x = 123$	

M83	$2 \cdot (3 + x) = 32 + x$, in 26 Jahren	in x Jahren: Papa $= 32 + x$
M84	$(8x - 45) : 3 = 25$, Zahl: 15	Das Ergebnis $8x - 45$ unbedingt in Klammern setzen.
M85	$x + 2.5x + 2.5 \cdot 2.5x = 19\,500$, Anteile: 2000, 5000 und 12 500 Fr.	kleinster Anteil: x
M86	$2x + 24 = 144$, Zahl: 60	
M87	$n + (n+1) + (n + 2) = 84$, Zahlen: 27, 28, 29 Expressweg $3m = 84$, also mittlere Zahl = 28	kleinste Zahl: n Expressweg: Die Summe ergibt dreimal die mittlere Zahl
M88	$4 \cdot 4x + 2 \cdot 2x + x = 84$, 4 Schweine, 8 Schafe, 16 Kühe	Anzahl Schweine: x
M89	$[10 \cdot x + 5] - [5 \cdot 10 + x] = 36$, Zahlen: 95 und 59	
M90	$x^2 = 1$ hat sowohl 1 als auch -1 als Lösung.	$11x^2 + 111 = 11 + 111x^2$

Kontrollaufgaben

M91	**a)** $42a - 48c$	**b)** $5u + 4v$	
M92	**a)** $90z$	**b)** $8x + 9y$	
M93	**a)** $9a$	**b)** $x - 8y$	
M94	**a)** $49x - 11y - 21z$	**b)** $30xy$	
M95	$24a - 9b$		$21P - 6Q = 21(2a - b) - 6(3a - 2b)$
M96	**a)** $(x + y) \cdot 3x = 3x^2 + 3xy$ **b)** $40 - n - (n + 1) = 39 - 2n$		
M97	**a)** $x = 14$	**b)** $a = 2$	**a)** $2x = 28$ **b)** $14a - 21 = 4a - 1 \Rightarrow 10a = 20$
M98	**a)** $u = 1$	**b)** $z = \frac{2}{3}$	**a)** $36u - 24 - 9 + 9u = u + 11$ $\Rightarrow 44u = 44$
M99	Es ist die Zahl 7.		$27 - 2(z + 3) = z$
M100	A: 5000, B: 2500, C: 5500, D: 5500		$A + B + C + D$ $= (2B) + (B) + (B + 3000) + (5500)$ $= 18\,500$

M2 Terme und Gleichungen in $\mathbb{Z}$

Und nun das Ganze in $\mathbb{Z}$

M101	**a)** $-x$	**b)** 0	**a)** $x - (x + x) = x - x - x = 0 - x = ?$
M102	**a)** $-y$	**b)** $-8z$	
M103	**a)** $-2b$	**b)** $-m + 2n - p$	
M104	**a)** $-11a$	**b)** $-53x$	
M105	**a)** $a + 3b$	**b)** $11z - 14$	
M106	$L = \{-5\}$		zuerst $-6x$ dann -44
M107	$L = \{-15\}$		
M108	$L = \{-10\}$		
M109	$L = \{-3\}$		
M110	$L = \{-6\}$		
M111	$L = \{-8\}$		
M112	$L = \{-2\}$		
M113	$L = \{-2\}$		
M114	$L = \{-1\}$		
M115	$L = \{-6\}$		
M116	$x = -4$		$3x + 16 = 4$
M117	$x = 1$		$x(x - 2) = -1$, raten
M118	$x = -13$		$(3x - 8) \cdot 3 = 20x + 119$
M119	$x = -2$		$x + (-2x) = 2$
M120	$x = -25$		$4x \cdot (-1) + 100 = 10x + 450$
M121	**a)** $-x^2$	**b)** a^2	
M122	**a)** $-6y^2$	**b)** $-5m$	
M123	**a)** $3m$	**b)** $30x^2y^2$	
M124	**a)** $-3b$	**b)** $-5a$	
M125	**a)** $4x$	**b)** $-15xyz$	

M126	**a)** $-2x - 2y$ **b)** $-5a^2 + 5b^2$	
M127	**a)** $-9r + 36s$ **b)** $-10x + 15y$	
M128	4	$9 - 30 + 25$
M129	121	$16 + 56 + 49$
M130	-161	$64 - 225$
M131	0	$(-1)^3 = -1$, $(-1)^2 = 1$
M132	25	$16 + 9$
M133	$-5a - 17b$	
M134	$21x^3 + 7x - 23y$	
M135	$32x^2y + 7xy$	
M136	$-8a^2 + 17a$	
M137	$-15x + 3y$	
M138	$18x - 6$	
M139	$-8a - 17$	
M140	$-18y + 25 = 25 - 18y$	
M141	$8x + 15$	
M142	$-23x + 9y + 7$	
M143	$-a - 3b - c$	
M144	$-41x + 22$	
M145	$-5a + 20b$	Klammern von innen her auflösen

Multiplikation von Summen

M146 $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c = ac + bc$

M147 **a)** $xz + yz$ **b)** $x(a + b) + y(a + b) = ax + bx + ay + by$

c)

	a	b
y	ay	by
x	ax	bx

M148 $30x^2 + 61x + 30$

M149 $30x^2 + 61x + 30$

M150 $ax + bx + cx$

M151 $ax + bx + cx + ay + by + cy$

M152 $ax + bx + cx + ay + by + cy + az + bz + cz$

M153 **a)** $xz - yz$
b) $x(a + b) - y(a + b) = ax + bx - ay - by$
c) $ax - ay + bx - by$ **d)** $ax - bx - ay + by$

M154 $30x^2 + 11x - 30$

M155 $30x^2 - 11x - 30$

M156 $30x^2 - 61x + 30$

M157 $30x^2 - 61x + 30$

M158 $15x^2 + x - 2$

M159 75

$10 \cdot 10 - 10 \cdot 5 + 5 \cdot 10 - 5 \cdot 5$

M160 $x^2y + x^2z + xy^2 + xyz$

$(x^2 + xy)(y + z)$

M161 $ace + ade + bce + bde + acf + adf + bcf + bdf$

$(ac + ad + bc + bd)(e + f)$

M162 $a^2 + 2ab + b^2$

Spezialfälle, weil die beiden Faktoren (ausser bei M164) gleich sind.

M163 $a^2 - 2ab + b^2$

$-ab - ab = -2ab$

M164 $a^2 - b^2$

$-ab + ab = 0$

M165 $x^2 + 2x + 1$

M166 $4x^2 + 12xy + 9y^2$

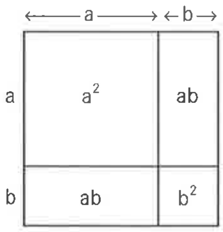
M167 $49u^2 - 14uv + v^2$

M168 $a^2 + b^2 + c^2 +2ab + 2ac + 2bc$

Hier ist es üblich, nach Potenzen zu sortieren, also zuerst die Quadrate, dann der Rest.

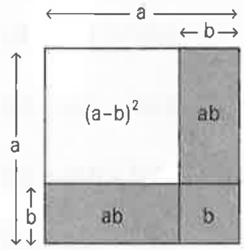
M169 Der Summe der zwei unterlegten Flächen (zwei gleich grosse Trapeze), kann auf zwei Arten ausgerechnet werden.
Gemäss Figur links kann man rechnen: umfassendes Quadrat minus weisses Restquadrat rechts unten, also $a^2 - b^2$.
Gemäss Figur rechts beträgt sie Länge mal Breite des Rechtecks, also $(a + b)(a - b)$. Weil es sich beides Mal um die selbe Flächensumme handelt, gilt:
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

M170



M171

Es gilt: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Nämlich: a^2 (= ganze Fläche) minus 2ab (= die zwei schraffierten Rechtecke). Das doppelt schraffierte Quadrat b^2 gehört zu beiden Rechtecken und wird doppelt subtrahiert. Man muss es deshalb wieder einmal addieren.



M172

Multipliziert man die Summe zweier Grössen mit ihrer Differenz, so erhält man die Differenz der Quadrate der beiden Grössen.

M173

a	b	$(a + b)^2$	<, =, >	$a^2 + b^2$
2	-3	$(-1)^2 = 1$	<	4 + 9 = 13
-5	8	$3^2 = 9$	<	25 + 64 = 89
3	7	$10^2 = 100$	>	9 + 49 = 58
-9	4	$(-5)^2 = 25$	<	81 + 16 = 97
6	6	$12^2 = 144$	>	36 + 36 = 72
-3	-3	$(-6)^2 = 36$	>	9 + 9 = 18
-5	-8	$(-13)^2 = 169$	>	25 + 64 = 89
2	0	$2^2 = 4$	=	4 + 0 = 4

M174

$Y = x - 1 \Rightarrow 2x = 452 \Rightarrow x = 226,\ y = 225$

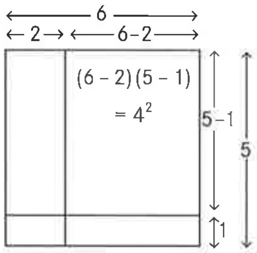
$x + y = 451,\ (x + y)(x - y) = 451$
$\Rightarrow x - y = 1$

M175

a) $(1 + 2 + 3)(1 + 2 + 3)$
$= 1 + 2 \cdot 2 + 2^2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3^2$

b) $(1 + 2 + 3 + 4)(1 + 2 + 3 + 4) -$
$(1 + 2 + 3)(1 + 2 + 3) = 4^3$
Das sind gerade die Teile, die man für den Viererwürfel braucht.

c)

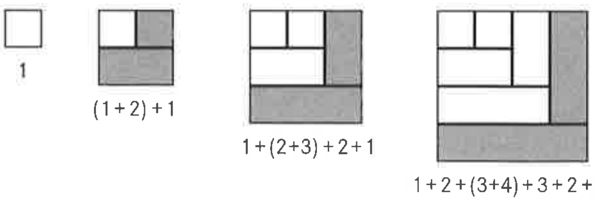


d) $1^3 = 1,\ 2^3 = 2 \cdot 2 + 2^2,\ 3^3 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3^2$
$4^3 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 12 + 4^2$

e) $64 = 64^3 = 8^2 = 4^3 = 2^6$

f) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$

g)



Ein Montessori-Lernspielzeug

a) Die Würfel lassen sich gerade mit allen Teilen der entsprechenden Seitenlänge bauen. Das ist erstaunlich!

Bei jedem Schritt kommen zwei Teile dazu, mit denen du die Quadratseite um eine Einheit vergrössern kannst.

Vorübungen zum Thema «Ungleichungen»

M176	A = {..., −2, −1, 0, 1, ..., 5} B = {0, 1, ..., 9}	Beachte die Grundmenge.
M177	C = {1, 2, 3, ..., 8} D = {−3, −2, −1, 0, 1, 2}	
M178	E = {−2, −1, 0, 1} F = {−2, −1, 0, 1, 2}	
M179	A ∩ B = {−2, −1, 0, ..., 4} A ∪ B = ℤ	A = {..., 2, 3, 4}; B = {−2, −1, 0, ...}
M180	A ∩ B = {3, 4} A ∪ B = $\mathbb{N}_0$	A = {0, 1, 2, 3, 4}; B = {3, 4, 5, ...}
M181	A ∩ B = { } A ∪ B = {..., −1, 0, 1, 3, 4, ...}	A = {..., −2, −1, 0, 1}; B = {3, 4, 5, ...}
M182	A ∩ B = {−2, −1} A ∪ B = ℤ	A = {..., −3, −2, −1}; B = {−2, −1, 0, 1, ...}
M183	A ∩ B = { } A ∪ B = {..., −1, 0, 1, 2, 3, ~~6~~ 5, ...}	A = {..., −1, 0, 1, 2, 3}; B = {5, 6, 7, 8, ...}
M184	**a)** x ≥ 1 **b)** x > 2	
M185	**a)** x ≥ 4 **b)** z < −5	
M186	**a)** x ≤ −2 **b)** x ≤ −2	
M187	**a)** x < −2 **b)** x ≥ 5	
M188	**a)** x ≥ −4 **b)** x > 0	
M189	A = {−5, 5} B = {−4, −3, ..., 3, 4} C = {1, 2, 3, ..., 7}	
M190	D = {−3, −2, ..., 4, 5} E = {−8, −7, ...−1, 0} F = {−3, 3}	

Ungleichungen

M191	**a)** 42 < 45, Zeichen bleibt **b)** 8 < 11, Zeichen bleibt	
M192	**a)** 25 > 24, Zeichen bleibt **b)** 15 > 14, Zeichen bleibt	
M193	**a)** 5 < 7, Zeichen bleibt **b)** 21 < 23, Zeichen bleibt	
M194	**a)** 8 > 4, Zeichen bleibt **b)** 22 > 18, Zeichen bleibt	
M195	Eine Ungleichung bleibt richtig, wenn auf beiden Seiten die gleiche Grösse addiert oder subtrahiert wird.	
M196	L = {0, 1, 2, 3, 4}	x < 5
M197	L = {0, 1, 2, ..., 8}	9 > x

M198	L = {0, 1, 2, ..., 28}	$x \leq 28$
M199	L = {-26, -25, -24, ..., 0, 1}	$x > -27$
M200	L = {-7, -6, -5, ..., 5, 6, 7}	$x > -12$
M201	**a)** 24 < 30, Zeichen bleibt **b)** −24 > −30, Zeichen umdrehen	«grösser» heisst: «liegt auf der Zahlengeraden weiter rechts»
M202	**a)** 36 > 30, Zeichen bleibt **b)** −36 < −30, Zeichen umdrehen	
M203	**a)** 4 > 3, Zeichen bleibt **b)** −4 < −3, Zeichen umdrehen	
M204	**a)** 6 < 8, Zeichen bleibt **b)** −6 > −8, Zeichen umdrehen	
M205	Bei Multiplikation oder Division einer Ungleichung mit einer negativen Zahl muss das Zeichen umgedreht werden.	
M206	L = {-4, -3, -2}	$x < 6$
M207	L = {-1, 0, 1, 2}	$x > -2$
M208	L = {-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}	$x < 3\frac{1}{2}$
M209	L = {-4, -3}	$-\frac{8}{3} > x$
M210	L = {-1, 0, 1, 2, 3}	$x > -1.5$
M211	**b)** 1. Operation $-5x \Rightarrow -2x < -8$ 2. Operation $:(-4) \Rightarrow \frac{x}{2} > 2$	Beachte: Das Zeichen wurde umgedreht.
M212	L = {-2, -1, 0, 1, ...}	$z > -3$
M213	L = {7, 8, 9}	$z > 6$
M214	L = { }	$z < -6\frac{3}{4}$
M215	L = {1}	$y < 2$
M216	L = {-11, -10, -9, ..., -1}	$y > -12$
M217	L = {4, 5, 6, ...}	$y \geq 4$
M218	L = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}	$x > -4$
M219	L = {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}	$y > \frac{11}{3}$
M220	L = {1, 2, 3, ..., 119}	$x < 120$
M221	L = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}	$x \leq 4$ und $x \geq -2$
M222	L = {0, 1, 2, 9, 10}	$x \leq 2$ oder $x \geq 9$

M223 $L = \{-5, -4, -3, -2, 5, 6, 7\}$ — $-2 \geq x$ oder $x \geq 5$

M224 $L = \{-9, -8, -7, \ldots, -3\}$ — Wenn $-z > \frac{13}{6}$ dann (mit −1 multipliziert) $z < -\frac{13}{6}$

M225 $L = \{\,\}$ — $x \leq 3$ und $x \geq 5$

M226 $L = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

M227 $L = \{1\}$ — $G = \mathbb{N}$, deshalb ist −1 keine Lösung

M228 $L = \{\ldots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \ldots\}$

M229 $L = \{\ldots, -7, -6, -5, 1, 2, 3, \ldots\}$ — $|x| \geq \frac{1}{5}$

M230 $L = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ — $|4x + 3| < \frac{40}{3}$

Kontrollaufgaben

M231 **a)** 30 **b)** −75

M232 **a)** $24x^2 - 93xy - 135y^2$
b) $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 5xy + 6xz + 7yz$

M233 $120x^2yz$

M234 **a)** $36x - 52y$ **b)** $13x + 25y - 1$

M235

−39	=	−39
−40	=	−40
65	=	65
0	=	0
−1	=	−1

M236 **a)** $x = -3$ **b)** $x = 33/7$

M237 $5x + 38 = 3 \Rightarrow x = -7$

M238 **a)** $20xy + 30x^2y$ **b)** $21x^3 + 7x - 23y$

M239 $L = \{6, 7, 8, 9, \ldots\}$

M240 $L = \{-1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

M3 Potenzen

Potenzschreibweise

M241 **a)** y^3 **b)** x^5 **c)** r^2 **d)** $(2x)^2 = 4x^2$
e) $(5a)^2 = 25a^2$

M242 **a)** 2^{200} **b)** 10^{99} **c)** x^{37} **d)** y^n **e)** z^x

M243 **a)** 1.606938044^{60} bedeutet $1.606938044 \cdot 10^{60}$
b) 1^{99} bedeutet $1 \cdot 10^{99}$
Viele Taschenrechner können 10^{100} nicht mehr berechnen bzw. anzeigen und melden ERROR oder etwas Ähnliches.

Wissenschaftliche Schreibweise für grosse Zahlen.
Achtung: Diese Schreibweise auf dem Taschenrechner ist eigentlich falsch. Denn es ist zum Beispiel
$1.6^2 = 1.6 \cdot 1.6 = 2.56$, aber
$1.6 \cdot 10^2 = 1.6 \cdot 100 = 160$
Du darfst deshalb die abkürzende Schreibweise des Taschenrechners nicht benutzen.

M244 **a)** $a^5 - a^2$ **b)** $47nv$ **c)** $x^2 + x^3$
d) 0 **e)** $3xy$ **f)** $360a^2b^2$

M245 **a)** $(abc)^2$ **b)** $(xy)^4$ **c)** $(a + b)^2$
d) $(x + y)^3$ **e)** $(2x - y)^3$ **f)** $(2n)^n$

$(-2)^2 \neq -2^2$

M246 **a)** 16 **b)** a^4 **c)** -32 **d)** $-a^5$ **e)** 64 **f)** a^6

d) $(-a)^5 = (-a)(-a)(-a)(-a)(-a)$
$= a^4 \cdot (-a)$

M247 Bei einer negativen Basis liefert ein gerader Exponent ein postitives, ein ungerader Exponent ein negatives Resultat.

M248 2n sind alle geraden Zahlen, 2n – 1 sind alle ungeraden Zahlen
2n + 1 sind alle ungeraden Zahlen, aber ohne die Zahl 1.

M249 **a)** + **b)** – **c)** + **d)** + **e)** + **f)** –

M250 **a)** $-y^3$ **b)** $64a^3$ **c)** $-216x^3$ **d)** $81e^4$

M251 **a)** $4a^2$ **b)** z^4 **c)** $-32c^5$ **d)** $-243r^5$

M252 **a)** richtig **b)** f, $-8r^3$ **c)** richtig **d)** f, $3a^2$

M253 **a)** richtig **b)** richtig **c)** f, $2x^2$ **d)** falsch

Setze für m 2 ein: $2^4 - 2^3 = 8 \neq 2$

M254 **a)** richtig **b)** f, $9y^2$ **c)** richtig **d)** f, 2ab

Die Grundoperationen mit Potenzen

M255 **a)** f **b)** richtig **c)** richtig **d)** f
e) f($= 7z^3$)

M256 **a)** f($= x^2$) **b)** f **c)** f($= 90e^2$) **d)** richtig
e) f($= 2x^2$)

M257 **a)** richtig **b)** f($= 18a^2$) **c)** richtig **d)** richtig
e) f($=2x^5$)

M258 Potenzen können nur dann addiert bzw. subtrahiert werden, wenn sie in Basis **und** Exponent übereinstimmen.

M259 Jeweils die ersten Resultate sind richtig.

M260 **a)** 3^7 **b)** 5^{39} **c)** $(-2)^5$

M261 **a)** $(-10)^6$ **b)** 10^5 **c)** 10^9

M262 **a)** 10^3 **b)** -13^7 **c)** 8^5

M263 Potenzen mit **gleicher** Basis werden multipliziert, indem man **ihre Exponenten addiert.**

M264 **a)** a^{12} **b)** 2^4 **c)** 2^{190} **d)** 2^{n-m}

M265 **a)** 2^2 **b)** 10^3 **c)** 6^{12}

M266 **a)** $(-10)^4 = 10^4$ **b)** $(-4)^5$ **c)** 2^{90}

$1024 = 2^{10}$

M267 **Potenzen** werden dividiert, indem man **den Exponenten des Divisors vom Exponenten des Dividenden subtrahiert.**

M268 **a)** a^2 **b)** x^{b+c} **c)** $2x^2$ **d)** a^{11}

M269 **a)** $(-3)^2 = 9$ **b)** $5y^2$ **c)** $(-x^{10}) = x^{10}$ **d)** $(-6e)^3$

M270 **a)** $-z^{11}$ **b)** $(-15)^{14} = 15^{14} = 2.91929 \cdot 10^{16}$
c) $-b^4$ **d)** x^6

Noch mehr Potenziges

M271 Ein Produkt wird potenziert, indem man jeden Faktor potenziert.

M272 Ein Quotient wird potenziert, indem man Dividend und Divisor potenziert.

M273 **a)** $25x^2$ **b)** $256a^2b^2$ **c)** $-32a^5$ **d)** $a^2b^2c^2$

M274 **a)** $-64m^3$ **b)** $16x^2 : y^2$ **c)** $64a^3 : 125b^3$
d) $125x^3 : 27y^3$

b) $24x : 6y = 4x : y$

M275 **a)** 17 **b)** 27

M276 **a)** $8a^2b^2$ **b)** $ab + a^2b^2$ **c)** $4a^2b^2$

M277 **a)** $200x^2$ **b)** $2ab^2$ **c)** $\frac{13}{36}x$

M278 **a)** 64 **b)** 0 **c)** -37

M279 **a)** 0 **b)** $x^2y^2 + x^2 + 2xy + y^2$
c) $11x^3y^3 - x^3 - y^3$

M280 Die heutigen Taschenrechner halten sich an die Regel.

M281 **a)** $\frac{3a^2}{c}$ **b)** $\frac{2}{3}bc^2d$ **c)** $\frac{3wy^2}{7xz}$

M282 **a)** $\frac{2}{3}x(a-b)$ **b)** $\frac{3c}{5(2x+1)}$ **c)** $\frac{4(a+1)}{3(2b-1)}$

M283 **a)** $\frac{3x^2(2x+3)}{4y}$ **b)** $\frac{2}{7}a^2c(2m-n+1)^2$

c) $\frac{7(a+b+c)^{90}(p-q)^{100}}{2}$

M284 **a)** m^7n^4 **b)** $-a^8b^4$ **c)** $-x^{10}y^7$ **d)** $r^{20}s^8$ **e)** $-u^8v^7$

M285 **a)** $-a^4b^3$ **b)** $8a^6b^6$ **c)** $-16a^{17}$
d) $-8x^{11}y^6$ **e)** $32a^{16}b^{22}$

M286 **a)** $-180a^5b^3$ **b)** $162x^4y^7$ **c)** $-270m^4n^8$
d) $-80r^{21}s^3t^{11}x$ **e)** $5a^6b^7c^3$

M287 **a)** $-3n$ **b)** $-1\frac{1}{2}$ **c)** $2a^2$ **d)** $-3ac$ **e)** -1

M288 **a)** $5a^3b^5$ **b)** $-3y^4$ **c)** $-3c^5$ **d)** $-2y^4$ **e)** $-5ay$

M289 **a)** $\frac{x^4(a-b)}{3y}$ **b)** $\frac{2x+7}{28(a-5)}$ **c)** $\frac{4(2a+b)(x-2y)^2}{105x^3y}$

M290 **a)** -1 **b)** $r(2a-3b)$ **c)** $-3n(a-b)$
d) $\frac{a}{3}(x-y)$ **e)** $-3(a+b)(a-b)$

M291 **a)** $\frac{8}{125}$ **b)** $\frac{16}{25}$ **c)** $\frac{x^4}{81}$ **d)** $27x^3$ **e)** $\frac{36x^2}{49}$

M292 **a)** $\frac{8a^3}{b^3}$ **b)** $\frac{9a^2}{16b^2}$ **c)** $\frac{8a^3b^3}{27x^3y^3}$ **d)** zuerst kürzen, dann potenzieren

d) $\frac{x^4z^4}{256}$ **e)** $\frac{1}{a}$

Potenzen potenzieren

M293 Jeweils das zweite ist richtig. «Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.»

M294 **a)** 405 **b)** 74 **c)** 1 **d)** 1000 **e)** 10^6

M295 $9^{9^9} = 9^{(9^9)} = 9^{387\,420\,489}$
(ist eine Zahl mit fast 370 Millionen Stellen)

M296 **a)** 6^{10} **b)** $\cancel{2^{6}}\ 6^{10}$ **c)** 3^8 **d)** 2^{12}

M297 **a)** 5^9 **b)** 10^8 **c)** 2^{20} **d)** 2^{100}

M298 **a)** x^{12} **b)** 10^8 **c)** $25x^6$ **d)** $-x^6$

M299 **a)** $729x^6$ **b)** $-125a^9b^3$ **c)** $r^{21}s^{28}$ **d)** $a^{30}b^{15}$

M300 **a)** $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ **b)** $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

M301 a) 101 Stellen b) 10 000 000 001 Stellen

Aufgepasst! 10^n hat n+1 Stellen!

M302 10^{11} m = 10^8 km = 100 Mio. km. Das sind zwei Drittel der Strecke von der Erde bis zur Sonne.
Schachspiel: $2^{64} = 16 \cdot 2^{60} \approx 16 \cdot 10^{18} = 1.6 \cdot 10^{19}$.

Wenn $2^{10} \approx 10^3$ ist, dann ist
$2^{50} \approx 10^{15}$
10^{15} mal 0.1 mm = 10^{14} mm = ...
Schachspiel: $2^{64} = 16 \cdot 2^{60}$

Potenzen mit negativen Exponenten

M303 **a)** $10^m : 10^n = 10^{m-n}$ **b)** 10^{-3}
c) $\frac{1}{10^3}$ **d)** $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$
Wir haben eine Potenz wie 10^{-3} bisher nicht verstanden, aber wenn es keine Probleme mit den Potenzgesetzen geben soll, dann muss es eben das gleiche wie $\frac{1}{10^3}$ sein.

M304 **a)** 500 **b)** $\frac{5}{100} = 0.05$
c) $\frac{1}{2500} = 0.000\,4$ **d)** wie c)

M305 **a)** $\frac{1}{1024} \approx 0.001$, **b)** $\frac{7}{16} \approx 0.438$
c) $\frac{1}{81} \approx 0.012$ **d)** $\frac{2}{125} = 0.016$

M306 **a)** 10^6 **b)** $10^{-6} = 0.000\,001$
c) $\frac{1}{8} = 0.125$ **d)** 1

M307 **a)** $\frac{3}{500} = 0.006$ **b)** 20 = 1
c) 100 = 1 **d)** 0.024

M308 **a)** 2^{-2} **b)** 10^{-2} **c)** 9^{-2} **d)** 10^{-3}

M309 **a)** $4^2 \cdot 10^{-4}$ **b)** $8^2 \cdot 10^{-2}$ **c)** $9^2 \cdot 10^{-2}$ **d)** $7 \cdot 10^{-1}$

M310 **a)** $6^2 \cdot 10^{-2}$ **b)** $8^2 \cdot 10^{-2}$ **c)** $7^2 \cdot 10^{-3}$ **d)** $5^2 \cdot 10^{-4}$

M311 Folgerung: $2^0 = 1$
a) $\frac{5^3}{5^3} = 1 = 5^{3-3} = 5^0$ **b)** $\frac{a^b}{a^b} = 1 = a^{b-b} = a^0$

M312 nicht für x = 0

Kleine Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise

M313 **a)** $7.58 \cdot 10^{-2}$ kg **b)** $1.62 \cdot 10^{-2}$ kg
c) $1.4 \cdot 10^{-2}$ m **d)** $7 \cdot 10^{-7}$ km

M314 **a)** $5.3 \cdot 10^{-4}$ m² **b)** $7.3 \cdot 10^{-4}$ t
c) 10^{-3} m³ **d)** $6.8 \cdot 10^{-6}$ m³

M315 **a)** $7 \cdot 10^{-10}\ m^3$ **b)** $(1 \cdot)10^{-6}\ km^2$
c) $5 \cdot 10^{-12}\ km^2$ **d)** $6.2 \cdot 10^{-5}$ hl

M316 **a)** 0.000 000 01 mm
b) 0.000 000 000 001 4 mm
c) 0.000 000 000 000 000 000 000 001 64 g
d) 0.000 000 003 s

M317 **a)** 0.000 000 000 000 000 000 000 000 91 g
b) $3.3 \cdot 10^{-12}$ s **c)** $5.976 \cdot 10^{21}$ t
d) $9.460\,8 \cdot 10^{12}$ km **e)** $5 \cdot 10^{9}$ Jahre
f) 0.000 000 01 N **g)** 510 070 000 000 000 m^2
h) $1.0832 \cdot 10^{12}\ km^3$
$= 1\,083\,200\,000\,000\,000\,000\,000\ m^3$
i) 0.000 000 016 g/m^3

M318 Eintipp-Beispiel: Masse der Erde von $5.976 \cdot 10^{21}$ [t]
möglich: $\boxed{5}\ \boxed{.}\ \boxed{9}\ \boxed{7}\ \boxed{6}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{Q}\ \boxed{y^x}\ \boxed{2}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$
besser: $\boxed{5}\ \boxed{.}\ \boxed{9}\ \boxed{7}\ \boxed{6}\ \boxed{EE}\ \boxed{2}\ \boxed{1}$
Die Taste EE (Enter Exponent) heisst vielleicht auch anders.
Das erste ist für den Rechner eine Rechnung, das zweite nur eine Eingabe.

M319 –

Kontrollaufgaben

M320 **a)** $u^4 - u^3 + u^2$ **b)** $4^4w^4 = 256w^4 = 2^8w^4$

M321 **a)** -27 **b)** $-x^3$ **c)** 2^6 **d)** a^5 **e)** 1 **f)** $-a^5$

M322 Alles falsch: **a)** $(2y)^4 = 16y^4$ **b)** $(2p)^5 = 32p^5$
c) $(y + z)^2 = y^2 + 2yz + z^2$
d) $a^3 + a^5$ lässt sich nicht zusammenfassen!

M323 Nur das letzte ist richtig: **a)** $ab + ab = 2ab$
b) $n^4 - n^3$ lässt sich nicht zusammenfassen
c) $n^{20} : n^5 = n^{15}$ **d)** richtig

M324 **a)** 10^{49} **b)** 10^{49} **c)** $10^1 = 10$ **d)** $\frac{1}{10} = 0.1$

M325 **a)** $\frac{12x^4z}{5}$ **b)** $\frac{a^2}{b^5}$ **c)** $\frac{1}{b^3}$

b) und **d)** Zuerst kürzen, dann multiplizieren

M326 **a)** $\frac{8x^3y^3}{z^3}$ **b)** $\frac{4b^2}{c^2}$ **c)** $27x^6y^3$

M327 **a)** a^{23} **b)** $\frac{2}{p}$ **c)** 1

M328 $3^{(3^3)} = 3^{27}$ und $(3^3)^3 = 3^9$, also ist die erste viel grösser.

M329 **a)** 0.000 01 **b)** 0.011 **c)** 10

M330 **a)** $1.989 \cdot 10^{30}$ kg **b)** $3.27 \cdot 10^{-25}$ kg

M4 Terme und Gleichungen in $\mathbb{Q}$

Die Zahlmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$

M331 **a)** $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ **b)** $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ **c)** $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ **d)** $\mathbb{Q}$
e) $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ **f)** $\mathbb{Q}$

M332 **a)** $0.7 = \frac{7}{10}$ **b)** beides **c)** $\frac{1.2}{1.3} = \frac{12}{13} \in \mathbb{Q}$

M333 **a)** $\mathbb{N}$ **b)** $\mathbb{Z}$ **c)** $\mathbb{N}_0$

M334 **a)** $\mathbb{Z}$ **b)** $\mathbb{Q}$ **c)** $\{-2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

M335 Beispiel 1: $\{\ldots, -2, -1, 0, \frac{1}{2}, 1, 2, \ldots\}$ oder
Beispiel 2: alle ganzen Zahlen und alle Stammbrüche

Es gibt unendlich viele Lösungen.

M336 **a)** ganze gerade Zahlen **b)** $\mathbb{Z}$ **c)** $\mathbb{N}_0$
d) Quadratzahlen

M337 Diskutiere mit dem Lehrer oder der Lehrerin über den Begriff der «Gleichmächtigkeit». Im Begleitordner von Kapitel B (Band 1) gibt es Unterlagen dazu.

Brüche und Mehrfachbrüche mit Variablen

M338 **a)** $\frac{6}{5x}$ **b)** $\frac{2a}{3}$ **c)** $\frac{1}{6}$

M339 **a)** 4 **b)** $\frac{6x}{5}$ **c)** $\frac{2x^2z}{5}$

M340 **a)** $\frac{56b}{65a^2}$ **b)** $\frac{1+x}{x^2}$ **c)** $\frac{a^4+3}{a^2}$

M341 **a)** $\frac{15x}{35y}$ **b)** $\frac{12x^2}{28xy}$ **c)** $\frac{9xy}{21y^2}$ **d)** $\frac{6x^2y}{14xy^2}$ **e)** $\frac{3x^3}{7x^2y}$

Erweitern braucht man zum Gleichnamig machen, also z.B. für die Addition und die Subtraktion von Brüchen.

M342 **a)** $\frac{16a^2}{12ab}, \frac{9b^2}{12ab}$ **b)** $\frac{35y}{10z}, \frac{18x}{10z}$ **c)** $\frac{13x^2}{2x^3y^2}, \frac{7y}{2x^3y^2}$

M343 **a)** $\frac{x}{3x^2}, \frac{3}{3x^2}$ **b)** $\frac{4bc}{a^2b^2}, \frac{ac}{a^2b^2}$ **c)** $\frac{5u^2v^2}{u^3v^3}, \frac{uv}{u^3v^3}$

M344 **a)** $\frac{6x}{2x^2}, \frac{8}{2x^2}, \frac{5x}{2x^2}$ **b)** $\frac{7ab}{a^2b}, \frac{2b}{a^2b}, \frac{3a}{a^2b}$

M345 **a)** $\frac{4ab}{14b^2}, \frac{14a}{14b^2}, \frac{ab}{14b^2}$ **b)** $\frac{3pq}{6q^2}, \frac{6p}{6q^2}, \frac{2pq}{6q^2}$

M346 **a)** $\frac{bc}{abc}, \frac{ac}{abc}, \frac{ab}{abc}$ **b)** $\frac{eg^2}{f^2g^2}, \frac{f^3}{f^2g^2}, \frac{fg^2}{f^2g^2}$

M347 **a)** $\frac{8xy}{12y^2}, \frac{15x^2y^2}{12y^2}, \frac{14}{12y^2}$ **b)** $\frac{75a^2b^2}{30a^2}, \frac{42}{30a^2}, \frac{20ab^2}{30a^2}$

M348 **a)** $\frac{4c^2}{2ab^2c^2}, \frac{3abx}{2ab^2c^2}$ **b)** $\frac{30uv^2y}{72x^3y^3}, \frac{27u^2vxy^2}{72x^3y^3}, \frac{16v^2x^2}{72x^3y^3}$

M349 **a)** $\frac{85}{2023}, \frac{14}{2023}$ **b)** $\frac{420}{720}, \frac{10}{720}, \frac{36}{720}$

c) $\frac{5(a+b)}{(a+b)(a-b)}, \frac{2(a-b)}{(a+b)(a-b)}$

$\frac{7ab}{a^2b}, \frac{2b}{a^2b}, \frac{3a}{a^2b}$

M350 **a)** $\frac{51}{3}, \frac{8}{3}$ **b)** $\frac{105}{5}, \frac{578}{5}$

c) $\frac{7(a+b)(3b-a)(5b-2a)}{(3a-7b)(a-b)(3b-a)(5b-2a)}$,

$\frac{4(a-2b)(3b-a)(5b-2a)}{(3a-7b)(a-b)(3b-a)(5b-2a)}$

$\frac{3(a-b)^2(5a-11b)}{(11b-4a)(5a-11b)}, \frac{2(a+b)^2}{(11b-4a)(5a-11b)}$

M351 **a)** $\frac{3x}{4y}$ **b)** -3 **c)** $\frac{3}{4x^2}$

M352 **a)** $\frac{bc}{12a}$ **b)** $\frac{5}{2y^3}$ **c)** $\frac{9a^4}{16bc^3}$

M353 **a)** $\frac{15u^2v^2}{37}$ **b)** $\frac{3u^2}{32}$ **c)** $\frac{107b^6}{78}$

M354 $\frac{2c^3u^4}{33a^2x^{13}}$

M355 **a)** 1 **b)** $\frac{a}{3}(x-y)$ **c)** $-\frac{4}{3}y$

M356 **a)** $r(2a-3b)$ $-\frac{2}{3}(a-b)$ **b)** $(b-a) = -(a-b)$

M357 **a)** $\frac{5(a+b)}{4ab}$ **b)** $\frac{3}{4(a+b)^2}$ **c)** $2(a+b)$

d) $-\frac{5(a+b)}{2(a-b)} = \frac{5(a+b)}{2(b-a)}$

M358 **a)** $x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}x\right) = 10$ Mass

$\frac{8}{9}x = 10$ Mass, $x = 11.25$ Mass

b) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{10}x = 10$ Mass

$\frac{23}{30}x = 10$ Mass, $x \approx 13.04$ Mass

M359 $\frac{21}{12}t = 120$ Also bekommen sie 80, 60, 40 und 30 Brote. $\frac{2}{3}t + \frac{1}{2}t + \frac{1}{3}t + \frac{1}{4}t = 120$ [t=Teil]

M360 **a)** $\frac{21x}{18}$ **b)** $\frac{13}{x}$ **c)** $\frac{5+3a}{a^2}$

M361 **a)** $\frac{2}{y}$ **b)** $\frac{a+4b}{3c}$ **c)** $\frac{2x+7y}{14}$

M362 **a)** $\frac{x^2z - xy^2 + yz^2}{xyz}$ **b)** $\frac{15xy + 15y + 20z}{9y^2 + 12yz}$

M363 **a)** $\frac{a^2 + 2a + 2}{a^3 + 3a^2 + 2a} = \frac{a^2+2a+2}{a(a+1)(a+2)}$ **b)** $\frac{-4x + \cancel{2z}\ 8y}{x - y}$

M364 $-\frac{16b^2}{a^5}$

M365 $3y^3z^2$

Vereinfache zuerst den Zähler und den Nenner.

$$\frac{\frac{255x^4y^7z^3}{-15x^4y^4z}}{5}$$

M366 **a)** $\frac{1}{x-y}$ **b)** $a + b$

M367 **a)** $\frac{6}{5}$ **b)** $\frac{x}{x^2+1}$ **c)** $\frac{z^2+y}{z^2}$ **d)** $\frac{ac-b}{cd}$

a) $\left(x + \frac{x}{5}\right) : x$ **b)** $1 : \left(x + \frac{1}{x}\right)$

c) $\left(z + \frac{y}{z}\right) : z$ **d)** $\left(a - \frac{b}{c}\right) : d$

M368 **a)** $\frac{10a^2x}{9by^3}$ **b)** $\frac{10wx^6y}{z}$

M369 **a)** $\frac{2mn^3}{5r^5st}$ **b)** $216c$

M370 **a)** x **b)** $\frac{a}{5}$ **c)** $-\frac{b}{a}$ **d)** $-\frac{z}{6}$

M371 **a)** $\frac{1}{50x}$ **b)** $\frac{2}{a}$ **c)** $\frac{1}{a}$ **d)** 1

M372 **a)** $a + b$ **b)** $\frac{x-y}{a}$ **c)** $\frac{a-b}{a+b}$ **d)** $\frac{1}{x+y}$

M373 **a)** $\frac{xy}{x+y}$ **b)** $\frac{a}{a^2+1}$ **c)** $\frac{x}{x^3-1}$ **d)** $\frac{ab}{a^2-b^2}$

M374 **a)** $\frac{12}{7}$ **b)** $\frac{48}{5}$

M375 **a)** $y = 40$ **b)** $\frac{189}{34}$

M376 **a)** $z = \frac{216}{209}$ **b)** $a = 5.4 = \frac{27}{5}$

a) Zuerst über's Kreuz kürzen:

$$\frac{8}{11} \cdot \frac{33}{64} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{8}$$

M377 **a)** $f = \frac{bg}{b+g}$ **b)** $b = 18.75$ cm

c) $B = \frac{10}{39}$ cm ≈ 2.6 mm **d)** $f \approx 15.3$ cm

---

Definitionsbereich = Definitionsmenge

M378 Null ist nicht erlaubt, denn $1 : 0 = y$ würde bedeuten, $0 \cdot y = 1$. Es gilt aber immer $0 \cdot y = 0$.
Oder etwas unmathematisch gesagt: Man kann einen Kuchen nicht an null Personen verteilen, deshalb darf auch nicht durch null dividiert werden.

M379 **a)** 1 **b)** −1 **c)** 0.5 **d)** −0.6

M380 **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ **c)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$

M381 **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 9\}$ **c)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-24, 24\}$

Ein Produkt ist null, wenn mindestens einer der Faktoren null ist.

M382 **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-8, 8\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-8, 8\}$ **c)** $D = \mathbb{Q}$

M383 In einem Quotienten darf der Divisor nicht 0 werden.

M384 **a)** $D = \mathbb{Q}$ **b)** $D = \mathbb{Q}$ **c)** $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right\}$

$\sqrt{2}$ und π lassen sich nicht als Bruch schreiben, deshalb ist in **a)** und **b)** ganz $\mathbb{Q}$ erlaubt.

M385 **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{a\}$ **c)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{3, \cancel{120}\}$ 5

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

M386 **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{0.5, -5/3\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ für $a = 0$ $\{\pm 1\}$ für $a = 1$

b) für $a = 2$ und $a = 3$ ist ganz $\mathbb{Q}$ erlaubt, da $\sqrt{8}$ und $\sqrt{27}$ keine Brüche sind.

Gleichungen mit Brüchen: Variable im Zähler

M387 **a)** $x = 127.5$ **b)** $x = 0$

M388 **a)** $x = -1$ **b)** $y = -25$

M389 **a)** $x = 42$ **b)** $x = \frac{750}{31} \approx 24.2$

M390 $x = \frac{\sqrt{17}}{12}k$

Zweite Kathete gemäss Satz von Pythagoras: Hypothenuse im Quadrat minus Kathete im Quadrat und daraus die Wurzel.

M391 **a)** $x = \frac{12}{25}$ **b)** $z = -\frac{3}{2}$

M392 **a)** $x = 504$ **b)** 18

M393 **a)** $x = \frac{260}{3}$ **b)** $x = 42$

M394 **a)** $x = -34$ **b)** $x = \frac{25}{7}$

M395 $-\frac{9}{5} = -1.8$

Gemeinsamer Nenner: 165

M396 Sabine ist 21 Jahre alt.

x = Sabines Alter heute
$x - 14$ = Sabines Alter vor 14 Jahren
$x = 3(x - 14)$

M397 $x = 12$, $a = x = 12$ cm, $b = x - 4 = 8$ cm

x = lange Kathete vorher
$x - 4$ = kurze Kathete vorher
$x - 2$ = lange Kathete um 2 cm verkürzt
$(x - 4) + 1$ = kurze Kathete um 1 cm verlängert

$$\frac{(x-2)(x-3)}{2} = \frac{x(x-4)}{2} - 3$$

M398 A: 2520 m^2, B: 1890 m^2

A: $\frac{4}{3}$ B: x $\frac{4}{3}x + x = 4410$

M399 Vater v = 20 kg, Mutter 15 kg, Céline 12 kg

$v + \frac{3}{4}v + \frac{3}{5}v = 47\,\text{kg}$
v ist, was der Vater trägt.

M400 x = 24 Äpfel, nein: Multiplikation ist kommutativ

$x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = 1$

M401 Gesamtverschiebung: $\frac{25}{24}a = 1.041\overline{6}$,
also 4.17 % mehr.
Mit 31 Steinen erreicht man (theoretisch) 2.0136 Steinlängen Überhang.
Computerprogrammaufbau:

```
INPUT "Wie weit? ";W
S=0
K=0
REPEAT
  K=K+1
  S=S+1/(2*K)
UNTIL S>W
PRINT K
```

«Schwebende Dominosteine»

$\frac{a}{2} + \frac{a}{4} + \frac{a}{6} + \frac{a}{8} = \frac{12a + 6a + 4a + 3a}{24}$

M402 s: Schülerpreis Tageskarte,
h: Hilfsleiter: $\frac{4}{3}$ von s
l: Leiter: 2s
28 Schülerinnen und Schüler während 5 Tagen brauchen $5 \cdot 28 = 140$ Karten. Jede zehnte Karte ist gratis, also müssen 126 Schülerkarten bezahlt werden.
2 Hilfsleiter während 5 Tagen brauchen 10 Karten. Jede fünfte ist gratis, also müssen 8 Hilfsleiterkarten bezahlt werden.
4 Leiter während 5 Tagen brauchen 20 Karten. Jede fünfte ist gratis, also müssen 16 Leiterkarten bezahlt werden.
$126s + 8h + 16l = 126s + 8 \cdot \frac{4}{3}s + 16 \cdot 2s = 168\frac{2}{3}s$
$= 3542 \Rightarrow s = 21$
Preise: Schüler Fr. 21, Hilfsleiter Fr. 28 und Leiter Fr. 42

Ferdinand im Skilager
Hier musst du äusserst sorgfältig vorgehen. Wie viele Kinder hat es im Skilager? Ist Ferdi schon mitgerechnet oder nicht?
Auf welchen Wert bezieht sich «ein Drittel weniger» bzw. «ein Drittel mehr»?

Gleichungen mit Formvariablen

M403 **a)** $x = 4a - 3b$ **b)** $\frac{2c}{a + b}$

M404 **a)** $x = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a + b}{ab}$ **b)** $x = \frac{180b}{ac}$

M405 **a)** $x = q - p$ **b)** $\frac{6a + 2b}{3} = 2a + \frac{2}{3}b$

M406 **a)** $x = \frac{bc}{a}$ **b)** $x = \frac{15a}{2b}$

M407 **a)** $x = \frac{ab - cd}{a} = b - \frac{cd}{a}$ **b)** $x = \frac{e - ab}{a} = \frac{e}{a} - b$

M408 **a)** $x = \frac{2a - 9b}{5}$ **b)** $\frac{e(a - b)}{ab} + \frac{c}{a} = \frac{ea - eb + bc}{ab}$

M409 **a)** $x = \frac{2ab}{bc - ac}$ **b)** $x = \frac{b^2}{5bc - ac}$

M410 **a)** $x = \frac{a}{a+2}$ **b)** $x = \frac{abc + a^2 + b^2}{a+b}$

M411 **a)** $x = \frac{rst}{s-r}$ **b)** $x = 0$ (oder $a+b+c = 0$)

b) $x(a + b + c) = 0$ =>

M412 **a)** $x = \frac{c}{a+b}$ **b)** $x = \frac{c-a}{a+b}$

M413 **a)** $x = \frac{ab}{a+b}$ **b)** $x = \frac{abc}{ac+bc-ab}$

Auch Formeln enthalten Formvariablen

M414 **a)** $A = \frac{s \cdot h}{2}$ **b)** $h = \frac{2A}{s}$ **c)** $s = \frac{2A}{h}$

M415 **a)** $u = 2(l+b) = 2l + 2b$ **b)** $b = \frac{u}{2} - l$ bzw. $l = \frac{u}{2} - b$

M416 **a)** $m_1 = \frac{Fa^2}{Gm_2}$, $m_2 = \frac{Fa^2}{Gm_1}$

b) Masse Mond = $m_1 = 7.3 \,.\, 10^{22}$ kg
Masse Erde = $m_2 = 5.98 \,.\, 10^{24}$ kg
Abstand Erde - Mond = $a = 4 \cdot 10^{8}$ m
Kraft $F = 1.8 \cdot 10^{24}$ N

c) Wenn der Schüler 50 kg wiegt, wiegt der Lehrer etwa 75 kg.

$$m_2 = \frac{a^2 \cdot F}{G \cdot m_1} = \frac{25 \cdot 10^{-8}}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 50} = \frac{2500}{33} \approx 75$$

d) $a = \sqrt{\frac{Gm_1m_2}{F}}$

M417 $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$ $K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t}$

$p = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot t}$ $t = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot p}$

M418 **a)** $\frac{1}{R} = \frac{1}{33} + \frac{1}{100} \cdot R \approx 25\Omega$ **b)** $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

M419 **a)** $u = 9s$; $\mu = 40°$; $\iota = 140°$; $\alpha = 220°$;
$\Sigma = 1260°$; $d = 27$

b) $u = ns$ $\mu = \frac{360°}{n}$

$\iota = 180° - \mu = 180° - \frac{360°}{n} = 180°\left(1 - \frac{2}{n}\right)$

$\alpha = 360° - \iota = 180° + \frac{360°}{n}$

$\Sigma = n \cdot \iota = 180°(n-2)$ $d = (n-3) \cdot \frac{n}{2}$

c) Die Resultate sollten übereinstimmen mit a).

d) $n = \frac{v}{\varsigma}$; $n = \frac{360°}{\mu}$; $n = \frac{360°}{180° - \iota}$;

$n = \frac{360°}{\alpha - 180°}$; $n = \frac{\Sigma + 360°}{180°}$

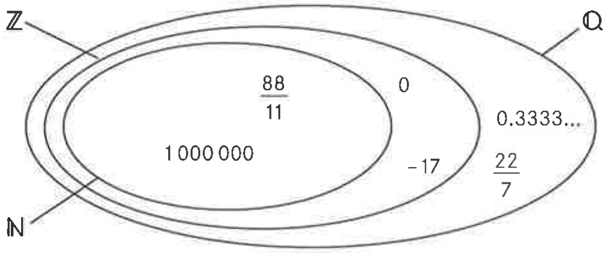
Die Formel $d = (n - 3) \cdot \frac{n}{2}$ nach n auflösen ist viel schwieriger, weil n^2 und n vorkommt. Mit den nach n aufgelösten Formeln kann man aus den Grössen u, μ, ι, α oder Σ die Anzahl Ecken bestimmen.

M420 Es gilt: $S = 12(P - 3) + H$ oder $S = 12P - 36 + H$

$12P - S - H = 36$ kann man wie folgt verstehen: Rechts die Anzahl Karten, die das Spiel hat (36). Diese kommt dadurch zustande, dass man zunächst für jedes Paketchen 12 Karten rechnet (12P). Das ist aber zuviel! Es ist pro Paketchen genau soviel zu viel, wie der Wert der untersten Karte ist. Also zieht man die Summe aller zuunterst liegenden Karten (–S) und die Handkarten noch ab. → Begleitordner.

Kontrollaufgaben

M421



M422 **a)** $\frac{2x + y}{xy}$ **b)** $\frac{5bc + 3d}{15ab}$

M423 **a)** $\frac{30a}{y}$ **b)** $-\frac{5q^2}{3p^2(u + v)}$

M424 **a)** $\frac{8}{7}$ **b)** $-\frac{1}{98}$

M425 **a)** $\frac{y}{x}$ **b)** $\frac{x}{x + y}$ **c)** $\frac{1}{\pi}$

d) Es gibt keinen Kehrwert **e)** $\frac{d}{c + d}$

M426 **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, -8\}$ **c)** $D = \mathbb{Q}$

Ist kein Bruch, deshalb ist ganz $\mathbb{Q}$ erlaubt.

M427 **a)** $x = -120$ **b)** $x = \frac{65}{24}$

M428 $z = \frac{37}{25}$

M429 $x = \frac{a + 4b}{10}$

M430 $h = \frac{2F}{a + b}$ $a = \frac{2F}{h} - b$

Bewegungsaufgaben

M431 12 min 42 s

55 km : 260 km/h = 0.2115 h

M432 52 m/s = 187.2 km/h

13 m : 0.25 s = 52 m/s

M433 122.5 km

M434 1133 km/h

Satz von Pythagoras:
2502 - 2002 = 1502
CB = 150 km
Nach 0.176h = 10 min 35.3 s ist B in C
200 km : 0.176 h ≈ 1133 km/h

M435 60 Sekunden später, also genau um 6.38 Uhr

Der Zug muss 800 + 400 m zurücklegen (72 km/h = 20 m/s).

M436 Nach einer Viertelstunde ist die Zeit abgelaufen, um C noch mit der gewünschten Durchschnittsgeschwindigkeit zu erreichen. Die Verspätung kann also nicht mehr aufgeholt werden.

Wird die halbe Strecke (5 km) mit durchschnittlich 20 km/h zurückgelegt, so dauert das eine Viertelstunde. Um die ganze Strecke (10 km) mit durchschnittlich 40 km/h zurückzulegen benötigt man ebenfalls eine Viertelstunde.

M437 1200 Personen pro Stunde heisst 300 (volle) Sessel pro Stunde, also alle 12 Sekunden ein Sessel. Das ergibt einen Abstand von 12 s · 4.5 m/s = 54 m.

Gesuchter Abstand $s = \frac{3600 \cdot n \cdot v}{L}$

Man braucht nur die Förderleistung L = 1200 Pers./h und die Betriebsgeschwindigkeit v = 4.5 m/s.
n = 4 Personen pro Sessel.

Formelles Resultat (alle Einheiten in m, s und m/s umrechnen):
Abstand $s = \frac{n \cdot v}{L}$

M438 **a)** ca. 9.43.10 Uhr **b)** ca. 20.85 km
c) ca. 12.18.32 Uhr ca. 29.35 km von A entfernt

c) Zug 1 fährt in den ersten 10 min ca. 15.8 km

M439 **a)** 80 cm **b)** 12.5 s **c)** 20 cm/s

M440 Eine Rolltreppe fährt mit 1 m/s. Ein Mensch, der mit 1 m/s mit der Rolltreppe geht, bewegt sich mit 2 m/s bezogen auf das Haus.
Ein Mensch, der mit 1 m/s gegen die Rolltreppe geht, ist bezogen auf das Haus in Ruhe.

M441 20 min 56 s

4 m/s = 14.4 km/h, also Gesamtgeschwindigkeit 34.4 km/h.

M442 3.68 km

M443 22.356 km/h = 6.21 m/s

$v_A = v_1 + v_2 - v_3 + v_4$
Alle Geschwindigkeiten gleichnamig machen: 18 km/h = 5 m/s; 2 cm/s = 0.02 m/s; 3 cm/s = 0.03 m/s

M444 93 m/s ≈ 335 km/h

37.2 m / 0.4 s

M445 pro Stunde: 97.84 km, pro Tag: 2348.1 km, für 100 km im Schnitt: 1 h 1 min 20 s.

Reisezeit: 19 d 22 h 02 min = 478.03 h

M446 t_1 = 3 h 48 min, d_1 = 24.7 km/h, v = 30 km/h, d_2=25 km/h

$t_1 \cdot d_1 + t \cdot v = (t_1 + t) \cdot d_2$

$$t = \frac{t_1 \cdot (d_1 - d_2)}{d_2 - v} = \frac{3.8 \cdot (247 - 25)}{25 - 30} = 0.228\,\text{h} = 13\,\text{min}\,41\,\text{s}$$

bisherige Zeit (t_1) mal bisherige Durchschnittsgeschwindigkeit (d_1) (= bisherige Strecke) plus zusätzlich benötigte Zeit (t) mal aktuelle Geschwindigkeit (v) (= Zusatzstrecke) ergibt Gesamtzeit mal gewünschte Durchschnittsgeschwindigkeit (d_2) (= Gesamtstrecke).

M447 ≈ 638 Sekunden für den Funkbefehl hin plus
Fahrzeit: 1000 cm : 1.13 cm/s ≈ 885 s
≈ 638 Sekunden für die Rückkehr des Bildes ergibt
insgesamt 2161 Sekunden ≈ 36 Minuten

Aufpassen: Die Funkübertragung geschieht zwar mit Lichtgeschwindigkeit, benötigt auch noch Zeit, bis die Befehle oben sind. Und bis das Bild wieder unten ist, dauert es gerade noch einmal so lange.
119 Mio. Meilen sind 191 Mio. km.

M448 200 Mio. Jahre

3 cm/ Jahr = 0.000 03 km/Jahr

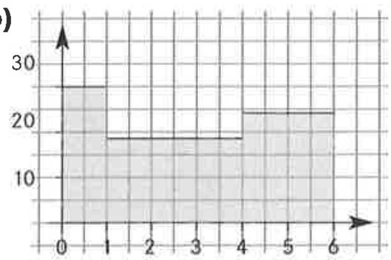
M449 etwa 70 - 80 min

Everesthöhe neuerdings 8850 m. Annahme Lift: 2 m/s.

M450 **a)** 480 Tage = 16 Monate
b) eine knappe Million Jahre

Schätzung: Die Reise zum Mars dauert mehr als hundertmal länger als die zum Mond.

M451 **a)** 132 km.
b)



c) Rechteckflächen entsprechen dem zurückgelegten Weg.
d) Auch diese Fläche entspricht dem zurückgelegten Weg.
e) 70 km/h (bzw. 80 km/h und 20 km/h); 95 km in der dritten und 80 km in der vierten ergibt zusammen 175 km; 337.5 km
f) -

e) Jedes Häuschen entspricht 10 km.
Mathematiker nennen die Fläche unter der Kurve das «Integral». Die Berechnung von Integralen ist ein ausserordentlich wichtiges Gebiet der Mathematik.

g) Nach einer Zeit konstanter Geschwindigkeitszunahme blieb die Geschwindigkeit zuerst eine Weile konstant und nahm dann aber nochmals zu. Später wurde schnell und kurz abgebremst und nacher wieder gleichmässig beschleunigt. Nach diesem Geschwindigkeitsmaximum wurde dann bis zum Stillstand abgebremst.

Mischungsaufgaben

M452

Menge Salzwasser	Salzgehalt	Anteil Salz	Anteil Wasser
5 kg	10%	**0.5** kg	**4.5** kg
16.25 kg	8%	1.3 kg	**14.95** kg
2.5 kg	**20**%	0.5 kg	**2** kg
6.15 kg	**2.439**%	150 g	6 kg
750 kg	**4**	**30** kg	720 kg
70.637 g	0.9%	**0.637** g	70 g

M453 **a)** 5 dl **b)** 15 g — **a)** 2.5 · 0.2 **b)** 20 g : 24 · 18

M454 **a)** 1.5 dl **b)** 1.75 l **c)** 0.56 l **d)** 12.75 ml **e)** 17.5 l — **a)** 5 dl · 0.3 **b)** $3\frac{1}{2}$ l : 2 **c)** 0.8 l · 0.7 **d)** 15 ml · 0.85 **e)** 250 l · 0.05

M455 18.86 Karat — 24 Karat : 14 · 11

M456 18 Karat, 15 g — 24 Karat · 750 : 1000; 20 g · 750 : 1000

M457 81.21% — 260 · 0.6 + 400 · 0.95 = 660 · x

M458 2.76% — 80 kg · 0.045 : (80 kg + 50 kg)

M459 43.5% — 45 · 0.6 + 55 · 0.3 = 100 · x

M460 (x: 50%) $33\frac{1}{3}$ l, (80%) $166\frac{2}{3}$ l — x: Anteil 50%iger Alkohol: x · 0.5 + (200 − x) · 0.8 = 200 · 0.75

M461 (x: 18 Karat) $483\frac{1}{3}$ g, (y: Feingold) $96\frac{2}{3}$ g — x · 18+ (580 − x) · 24 = 580 · 19

M462 12 l — 36 · 0.8 + x · 0.6 = (36 + x) · 0.75

M463 (x: Feingold) 448 g — $672 \cdot \frac{14}{24} + x = (672 + x) \cdot \frac{18}{24}$

M464 (x: Wasser) 38 kg = 38 l — 42 · 0.2 + x · 1 = (42 + x) · 0.58

M465 (x: 750) 6 kg, (900) 5.66 kg — $x \cdot 0.75 + (11\frac{2}{3} - x) \cdot 0.9 = 12 \cdot 0.8$

M466 (x: C-Gehalt) 0.014 = 1.4% — 20 · 0.005 + 5 · 0.05 = 25 · x

M467 (x: 32 Fr.) $13\frac{1}{2}$ kg, (48 Fr.) $22\frac{1}{2}$ kg — 32 · x + 48 (36 − x) = 42 · 36

Arbeit und Leistung

M468 Tag: 25 920 hl, Stunde: 1080 hl, Minute: 18 hl, Sekunde: 30 l

M469 **a)** $1\frac{2}{3}$ Seiten/min **b)** 720 km/h
c) $\frac{1}{6}$ Bassinvolumen/h
d) 2.22 a/min **e)** 0.2 Teile/s = 1 Teil/5 s

M470 **a)** $\frac{5}{36}$ B./h **b)** $\frac{7}{60}$ Tankvolumen/min **c)** $\frac{1}{48}$ Bassin/h

c) $\frac{1}{16} - \frac{1}{24}$

M471 44 min 15 s

885 l : (12 + 8) l/min

M472 1 h 27.5 min

RP1: $\frac{2}{7}$h, RP2: $\frac{2}{5}$h, Gesamt: $(\frac{2}{7} + \frac{2}{5})$/h = $\frac{24}{35}$ h
In 1 h werden $\frac{24}{35}$ der Zeitung gedruckt. Es braucht also $\frac{35}{24}$ h, um eine ganze Serie Zeitungen zu schicken.

M473 3 h 36 min

M474 24 min

V : (V/42 + V/56)/min =V/24/min
Pro Minute wird $\frac{1}{24}$ des Tanks geleert. Es dauert also 24 min. bis der Tank leer ist.

M475 45 min

Gesamtleistung: 320 l/min,
14 400 l : 320 l/min

M476 12 d

$(\frac{1}{18} + \frac{1}{36})$/d = ($\frac{1}{12}$)/d

M477 6 t: 35 Ladungen, 10 t: 29 Ladungen

x: Anz. Lad. à 6 t:
6x + (64 − x) · 10 = 500

✓

Teilen und Verteilen

M478 A: Fr. 2730, B: Fr. 2400, C: Fr. 2120

x + (x + 280) + (x + 280 + 330) = 7250

M479 A: 2520 m^2, B: 1890 m^2

$x + \frac{4}{3}x = 4410$

M480 A: 250 km B: 240 km C: 300 km

$\frac{5}{6}c + \frac{4}{5}c + c = 790$

M481 A: Fr. 540, B: Fr. 590, C: Fr. 640

3 mal Betrag von B ergibt 1770.–

M482 $b_1 \cdot p = (b - b_1) \cdot p + d \Rightarrow$

$$b_1 = \frac{bp + d}{2p} = \frac{11\,200 \cdot 4\% + 192}{8\%} = 8000\,[\text{Fr.}]$$

M483 Der älteste bekam 6 Pferde, der mittlere 3 und der jüngste 2. Das ergibt 11 Pferde. Der Gelehrte konnte seines wieder mitnehmen. Grund: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ ergibt zusammen nicht 1.

Der älteste bekam die Hälfte der jetzt 12 Pferde, also 6 Pferde, der mittlere ...

M484 Auf der Bank also auch Fr. 93.75

Bei sich hat er Fr. 250 : 4 = Fr. 62.50, in der Sparbüchse hat er Fr. 250 : 8 · 3 = Fr. 93.75

M485 Anita 24, Bettina 12, Christina 8, Damian 6.

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{4}a + a = 50$
(a: Anzahl Blätter Anita)

M486 Es sind 5 Reihen, was 28 Schülerinnen und Schüler ergibt.

Diese Aufgabe kann nicht mit einer Gleichung gelöst werden.
Man kennt die Anzahl Reihen nicht, also muss man mehrere Fälle betrachten. 5 pro Reihe ergäbe eine Klassenzahl von 8, 13, 18, 23, 28, 33 ... mit steigender Reihenzahl. 6 Pro Reihe ergibt 4, 10, 16, 22, 28, 34 ... mit steigender Reihenzahl.