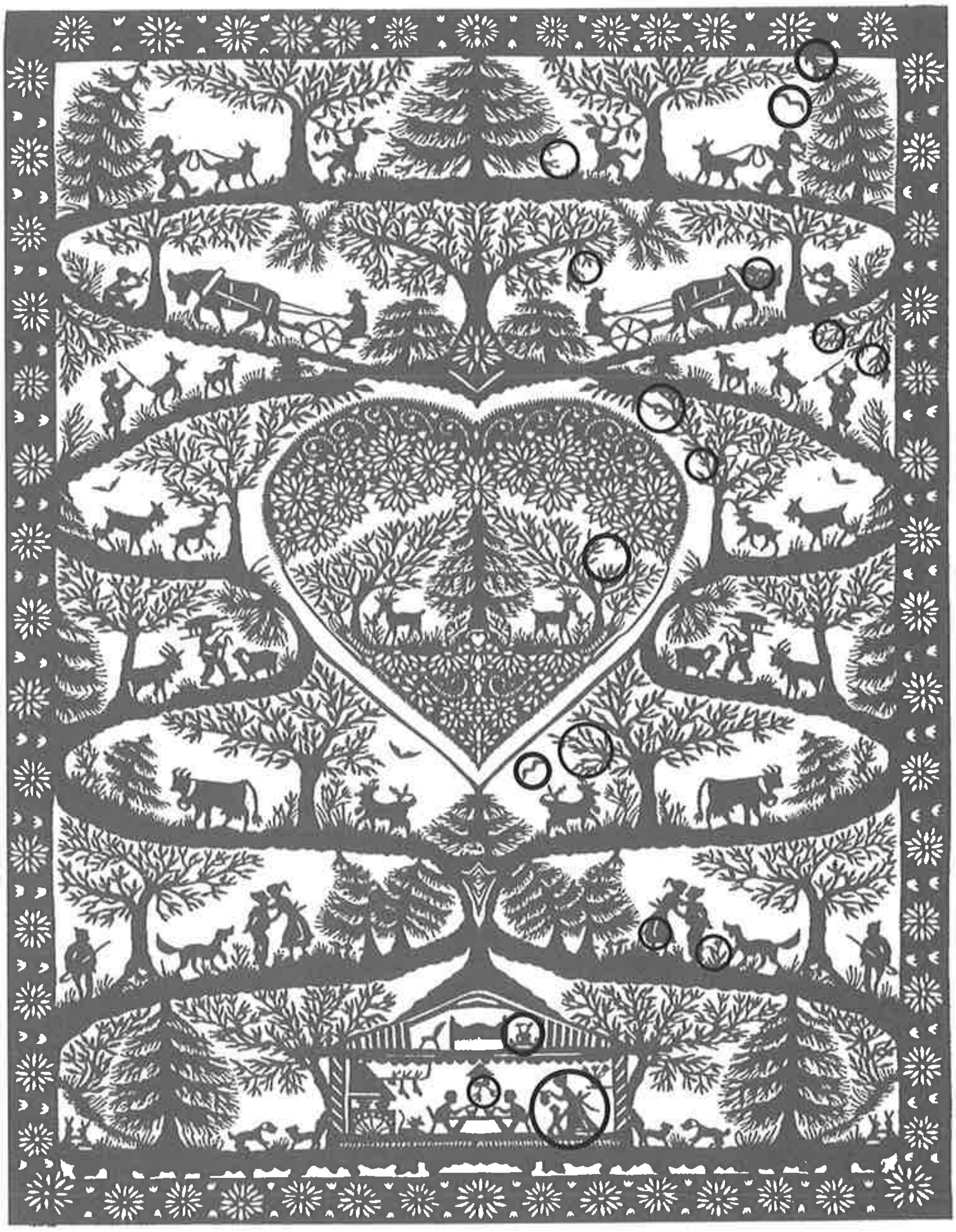
B Kongruenz-Abbildungen

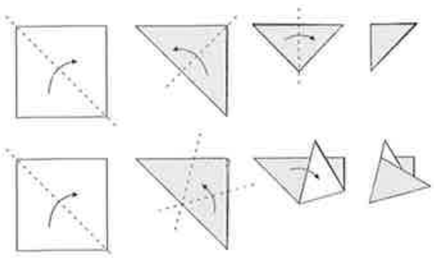
B1 Achsensymmetrie – Achsenspiegelung

B11



B12

a Einmal falten ergibt 1 Achse.
b Zweimal falten ergibt 2 Achsen.
c Dreimal falten – längs, quer und diagonal, oder so wie nebenan – ergibt 4 Achsen.
Ein fünfzackiger Stern lässt sich nicht falten. Einen sechszackigen Stern erhältst du beispielsweise, indem du – wie in der Abbildung nebenan – einmal diagonal faltest und dann drittelst.



Beispiele hat es in der Theorie

B13 -

Liste aller Verkehrssignale unter www.admin.ch/ch/d/sr/7/741.21.de.pdf

B14
- **a** Fenster, Wandtafel, Magnetbrett, Bilder, Teppiche, Kastenfronten, Teller, usw.
- **b** Reklame, Firmenlogos, usw.
- **c** Hausfronten, Haustüren, Fenster mit Fensterläden, Gartentore, Garagentore, Verkehrszeichen, Plakate, Blumen, Blätter usw.

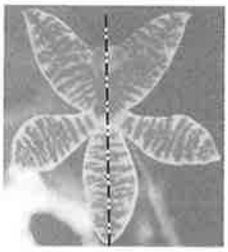
Zusatzinformation Blüten

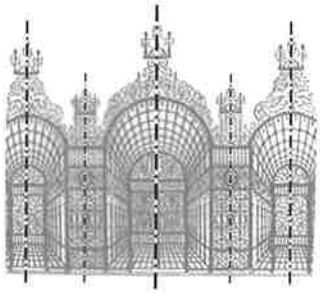
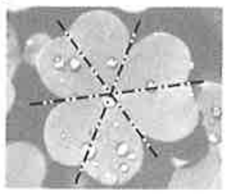
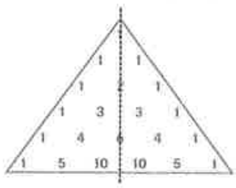
B15 Arbeitsblatt

B16 Gesichter sind nie wirklich symmetrisch, wie die Fotomontage nebenan zeigt.

Links: zweimal die linke Gesichtshälfte, rechts: zweimal die rechte Gesichtshälfte.

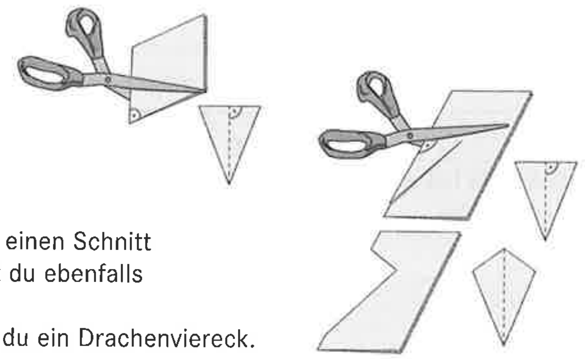
B17
1. Orchidee:
   «Natursymmetrisch» in Bezug auf eine Ebene.
2. Bild von Vasarely:
   Teilweise achsensymmetrisch - unter Ausnützung von künstlerischen Freiheiten.
3. Chorgitter im Kloster Einsiedeln:
   Achsensymmetrisch in Bezug auf eine «Hauptachse» in der Mitte und 4 «Nebenachsen» auf den Seiten.
4. Kleeblatt:
   Abgesehen von den Regenperlen natursymmetrisch, drei Achsen.
5. Theatergrundriss von Mies van der Rohe:
   Im Grossen und Ganzen achsensymmetrisch, abgesehen von Unterschieden bei der Einrichtung.
6. Zahlendreieck:
   Nur die Struktur der Figur ist achsensymmetrisch.
7. Zwillinge:
   Die Foto ist nicht symmetrisch aufgenommen. Und bei zwei Menschen von geometrischer Symmetrie zu sprechen, macht keinen Sinn.



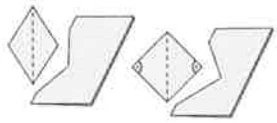




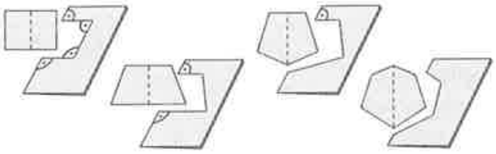
B18 Arbeitsblätter

B19 **a** Es gelingen nur achsensymmetrische Figuren.
Mit 1 Schnitt:
Indem du vom Falz aus eine Ecke abschneidest, erhältst du ein achsensymmetrisches Dreieck.
Mit 2 Schnitten:
Wenn du einen beliebigen Schnitt und einen Schnitt senkrecht zum Falz ausführst, erhältst du ebenfalls ein achsensymmetrisches Dreieck.
Mit zwei beliebigen Schnitten erhältst du ein Drachenviereck.



Durch eine günstige Lage der beiden Schnitte kannst du auch einen Rhombus oder sogar ein Quadrat herausschneiden.
Mit 3 Schnitten:

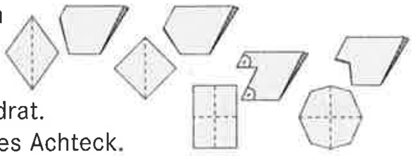




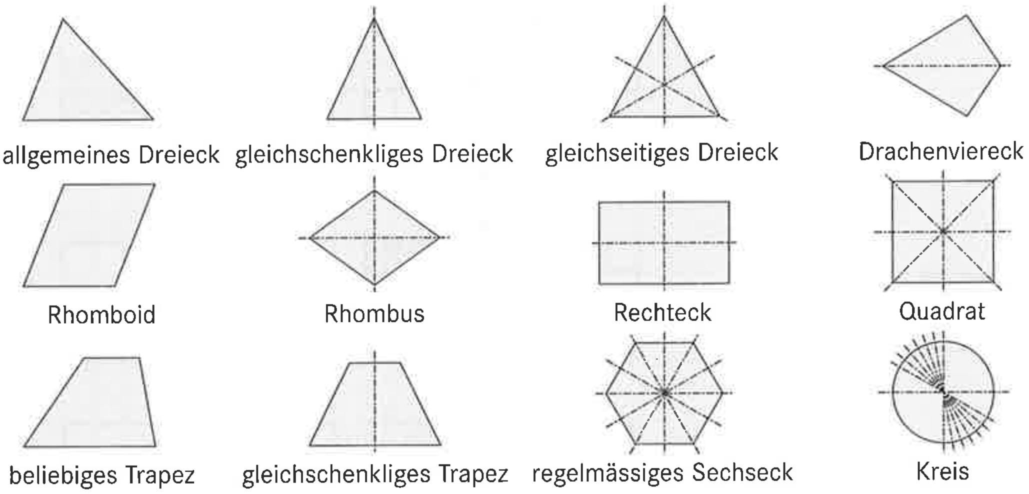
Mit drei Schnitten kannst du ein Rechteck, durch Pröbeln auch ein Quadrat, ein gleichschenkliges Trapez, ein spezielles Fünfeck und ein Sechseck herausschneiden.

Alle diese Figuren haben **zwei** Symmetrieachsen.

Zweimal Falten und eine Ecke abschneiden gibt einen Rhombus, bei günstiger Schnittlage ein Quadrat.
Mit zwei zu den gefalteten Kanten senkrecht stehenden Schnitten erhältst du ein Rechteck oder ein Quadrat.
Zwei beliebige Schnitte führen auf ein unregelmässiges Achteck.



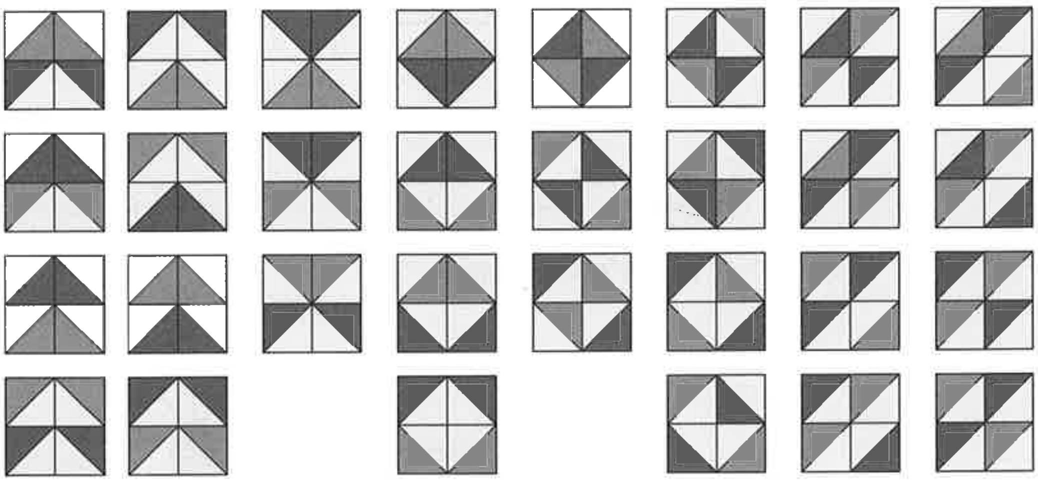
B110



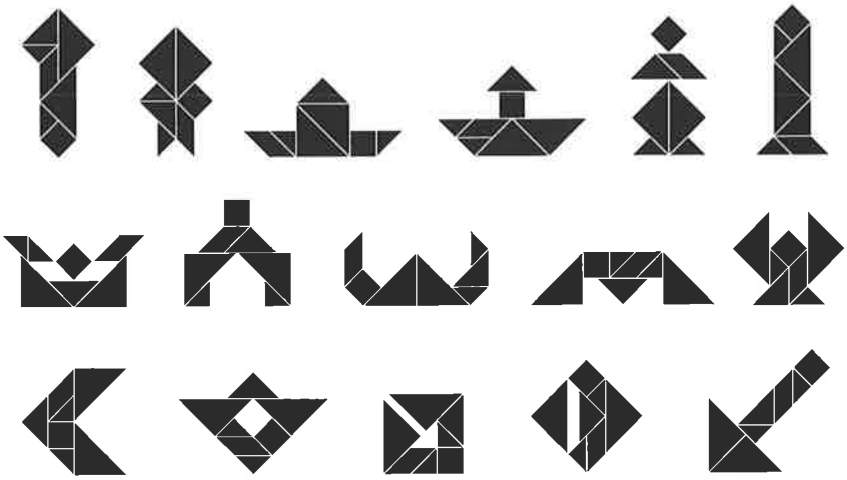
B111

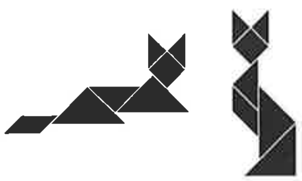
Es gibt diese 30 grundsätzlich verschiedenen Möglichkeiten. Andere Möglichkeiten lassen sich durch Drehen in diese überführen.

Anordnungen mit zwei oder mehr Symmetrieachsen gibt es nicht.



B112





B113 **b** ECKE, DECKE, HEXE, DICH, BOCK, HIOB, ICH, BIKE, DICK, KICK, HICK, KECK, EBBE, ...

c UHU, OMO, MAM, TAT, AHA, TOT, ...

Bei einigen Schriftarten haben B und K keine waagrechten Achsen.

d

nie lesbar	F, G, J, L, N, P, Q, R, S, Z	keine Symmetrieachse
lesbar, wenn Spiegel oben	B, C, D, E, K	waagrechte Achse
lesbar, wenn Spiegel seitwärts	A, M, T, U, V, W, Y, Ü, Ä, Ö	senkrechte Achse
auf beide Arten lesbar	H, I, O, X	waagrechte und senkrechte Achse

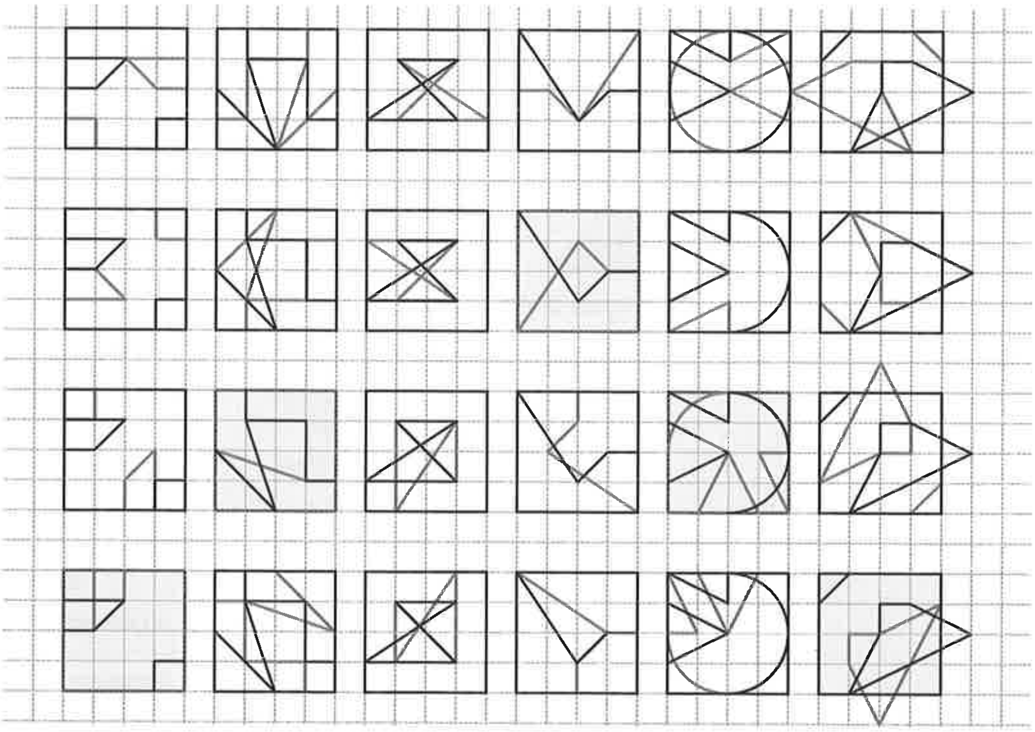
B114

senkrechte Achse

waagrechte Achse

diagonale Achse: links unten - rechts oben

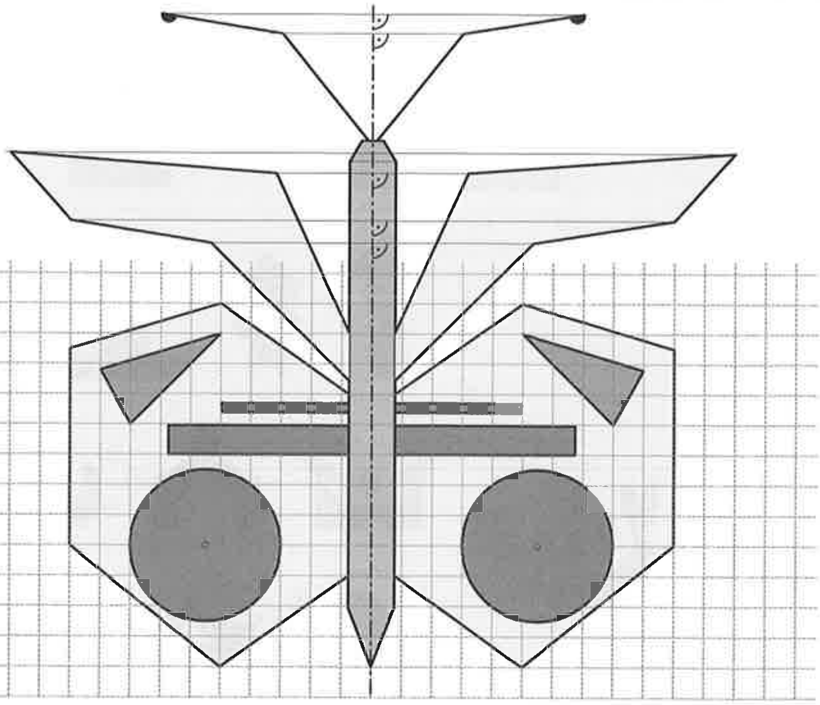
diagonale Achse: links oben - rechts unten



B115 Arbeitsblatt

B116 Arbeitsblatt

B117 Durch jeden Eckpunkt eine Senkrechte zur Achse s zeichnen und den Abstand des Punktes von der Achse auf die andere Seite übertragen.



B118 **a** Symmetrisch in Bezug auf die vertikale Achse sind: C, G, X
Symmetrisch in Bezug auf die horizontale Achse sind: K, L, O, R, W, Y, Ö
Symmetrisch in Bezug auf beide Achsen sind: keine

b Die folgenden Buchstabenpaare sind nebeneinander gezeichnet achsensymmetrisch in Bezug auf eine senkrechte Achse:
D-F, E-I, M-EI, O-Ö, P-CH, R-W, S-SCH, T-Ü, U-IE, Z-SS, Ä-EU, AU-ÄU.
Die folgenden Buchstabenpaare sind übereinander gezeichnet achsensymmetrisch in Bezug auf eine waagrechte Achse:
G-X, M-U, N-Z, P-V, S-EU, T-Ü, Ä-SCH, AU-ÄU, EI-IE.

c Mit einem Punkt gibt es 6 verschiedene Anordnungen.

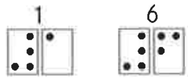
Mit zwei Punkten:	15 verschiedene Anordnungen (= 6·5 : 2) 1.Punkt 6 Plätze, 2.Punkt noch 5 Plätze, dabei wird aber alles doppelt gezählt.	
Mit drei Punkten:	20 verschiedene Anordnungen (= (6 · 5 · 4) : (3·2)) 1.Punkt 6 Plätze, 2.Pkt 5 Plätze, 3.Pkt 4Plätze, dabei wird alles sechsfach gezählt.	
Mit vier Punkten:	15 verschiedene Anordnungen	2 Plätze verteilen wie oben die 2Pkte.
Mit fünf Punkten:	6 verschiedene Anordnungen	Jedesmal ein anderer Platz frei.
Mit sechs Punkten:	1 mögliche Anordnung.	

d –

www.blind.ch
Schweizerischer
Blindenbund

e Zahlen werden beispielsweise aus den ersten 10 Buchstaben mit voran gestelltem Zahlzeichen gebildet.
Sonderzeichen werden gleich gebildet wie die Buchstaben.

1 6



f Zehnernote Zwanzigernote Fünfzigernote Hunderternote Zweihunderternote

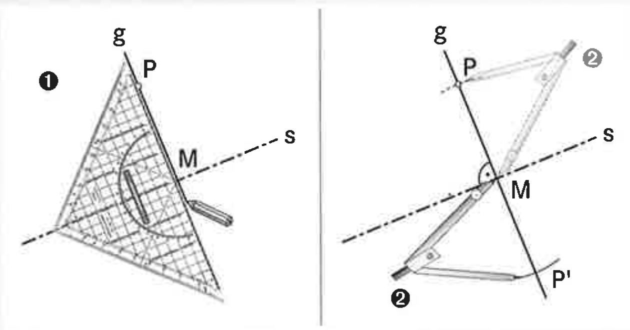
P —s→ P'

B119 **Punkt P an einer Geraden s spiegeln**

Mit Geo-Dreieck und Zirkel

❶ Mit dem Geo-Dreieck eine Senkrechte zu s durch P legen → M.
❷ MP mit dem Zirkel von M aus auf die andere Seite abtragen → P'.

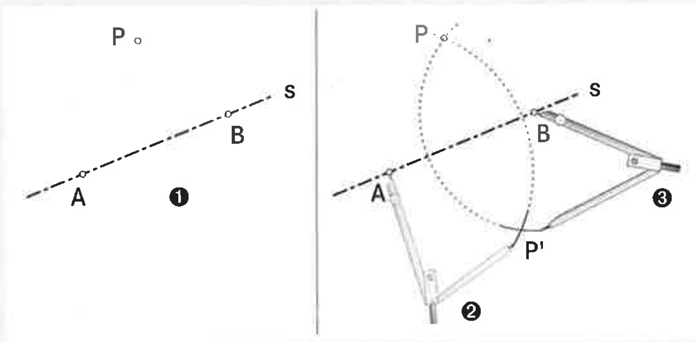
formal:
❶ $g \perp s$ durch P → $M \in s$
❷ $k(M, r = MP) \cap g$ → P'



Nur mit dem Zirkel

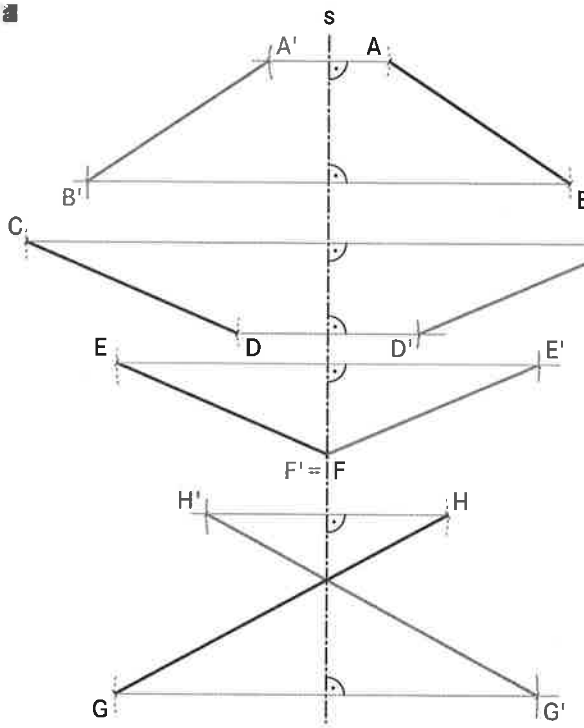
❶ Zwei Punkte A und B auf s wählen.
❷ Kreisbogen um A mit Radius AP schneiden mit
❸ Kreisbogen um B mit Radius BP → P'.

formal:
❶ $A, B \in s$ wählen
❷ $k(A, r = AP) \cap k(B, r = BP)$ → P'

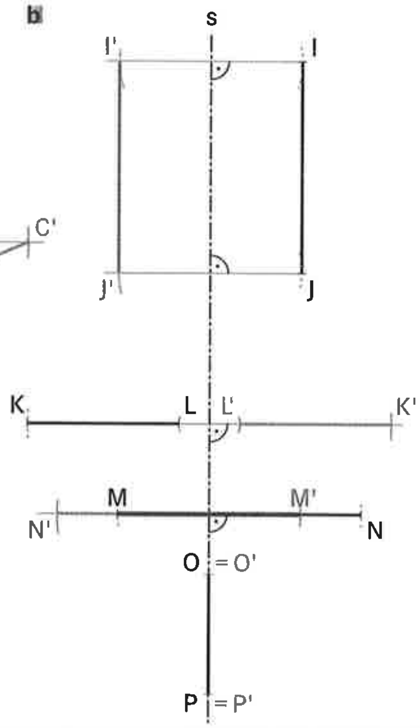


B120 Arbeitsblatt

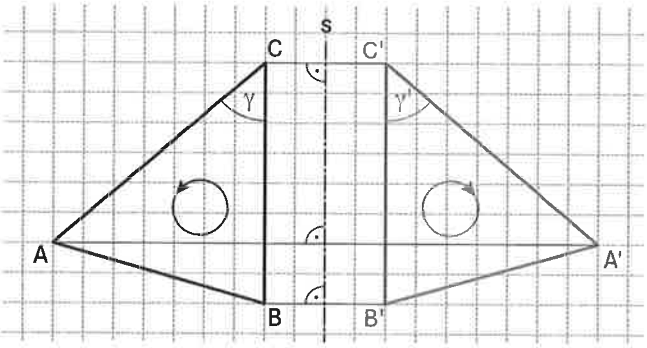
B121 a



b



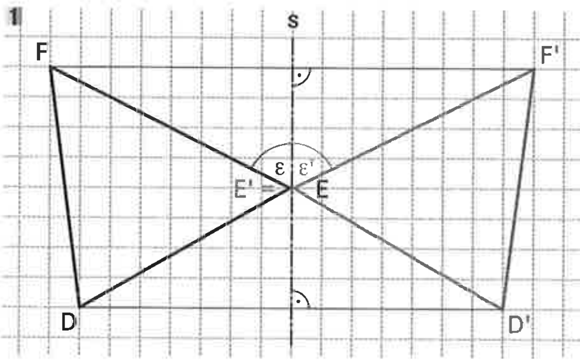
B122 a Original- und Bildfigur sind **deckungsgleich (kongruent)**.
Insbesondere gilt:
Das Bild einer Strecke ist eine **gleich lange** Strecke.
Das Bild eines Winkels ist ein **gleich grosser** Winkel: $\gamma = \gamma'$



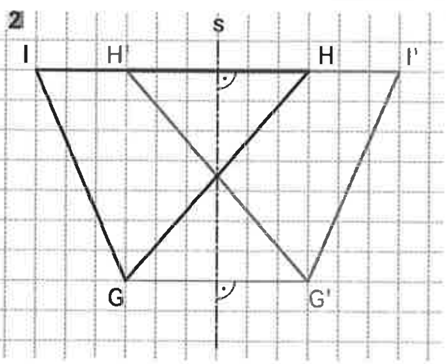
b Der **Umlaufsinn** der Eckenbeschriftung von Original- und Bildfigur ist **entgegengesetzt**.

c Die Originalstrecke BC und auch die Bildstrecke B'C' sind **parallel** zur Spiegelachse s.

B123 1



2



a Der Bildpunkt E' liegt ebenfalls auf der Spiegelachse s und fällt mit dem Originalpunkt E zusammen. E ist ein **Fixpunkt**.

b Die Originalstrecke EF und die Bildstrecke E'F' bilden den **gleich grossen** Winkel mit der Achse s. Die Achse halbiert den Winkel, den die Original- und die Bildstrecke bilden: $\varepsilon = \varepsilon'$

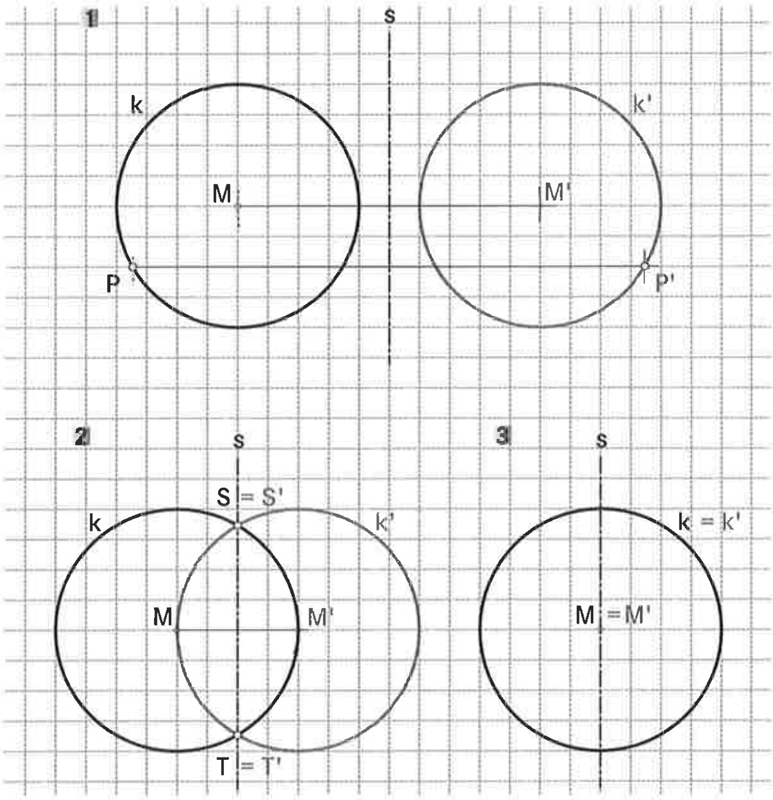
c Schneidet eine Originalstrecke die Achse schräg, so schneidet die Bildstrecke die Achse in demselben Punkt (= Schnittpunkt und **Fixpunkt von Original- und Bildstrecke**). Schneidet die Originalstrecke die Achse senkrecht, so fällt die Bildstrecke teilweise mit der Originalstrecke zusammen.

B 124 Das Bild eines Kreises ist ein **gleich grosser** Kreis. Er lässt sich auf zwei Arten konstruieren:

Mit Hilfe des Radius:
1. Mittelpunkt M spiegeln ⟶ M'.
2. Radius r vom Originalkreis k in den Zirkel nehmen und damit den Kreis k' um M' ziehen.

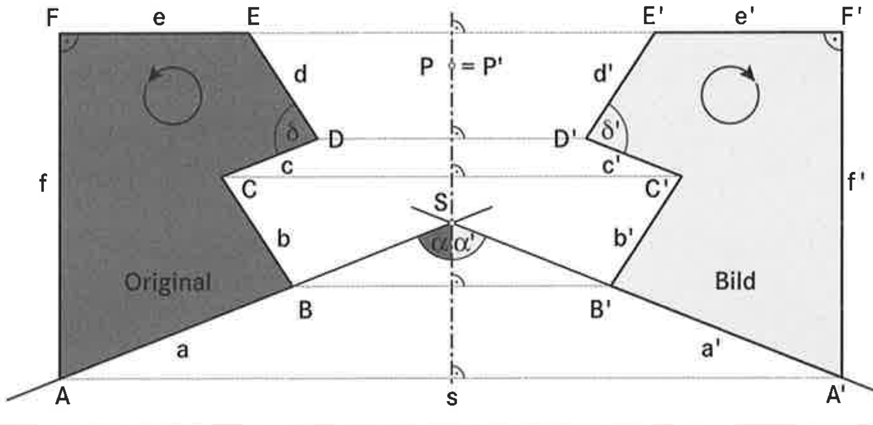
Mit Hilfe eines Punktes auf der Kreislinie:
1. Mittelpunkt M spiegeln ⟶ M'.
2. Punkt P auf der Kreislinie wählen und spiegeln ⟶ P'.
3. Kreis um M' mit Radius M'P' ziehen.

Schneidet der Originalkreis k die Spiegelachse s in zwei Punkten, so schneidet der Bildkreis k' die Achse in denselben Punkten.

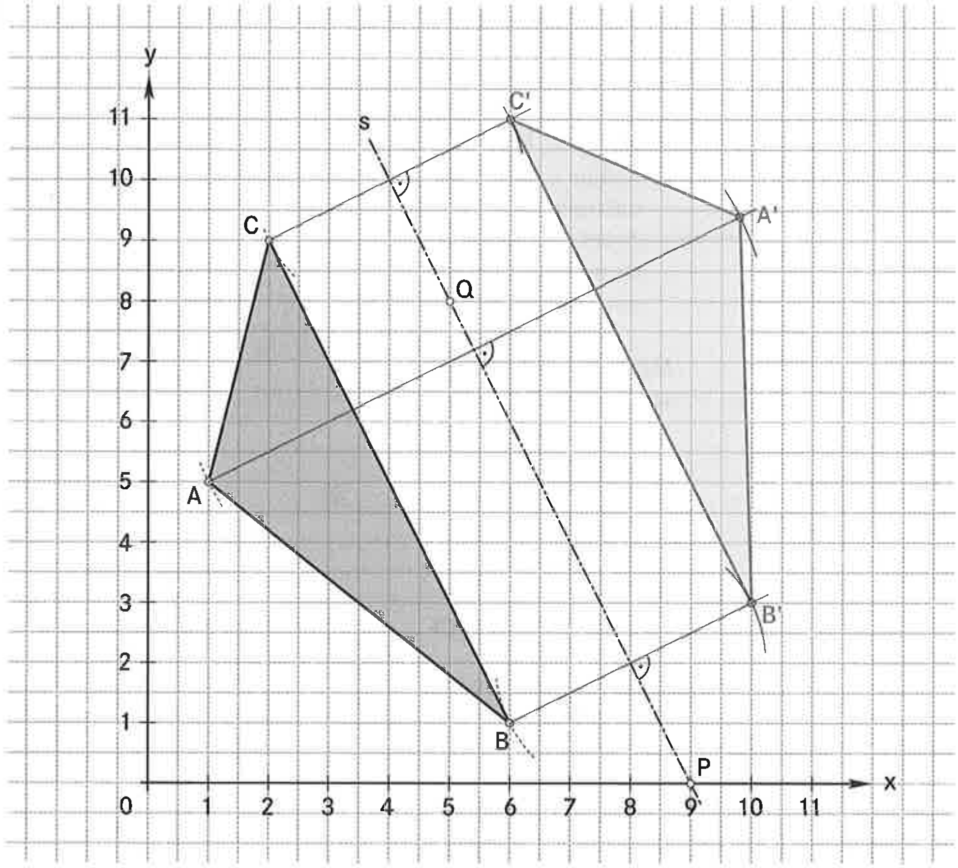


Liegt der Kreismittelpunkt auf der Achse, so fällt der Bildkreis mit dem Originalkreis zusammen. Die einzelnen Kreispunkte sind aber (mit Ausnahme der Achsenpunkte) keine Fixpunkte!

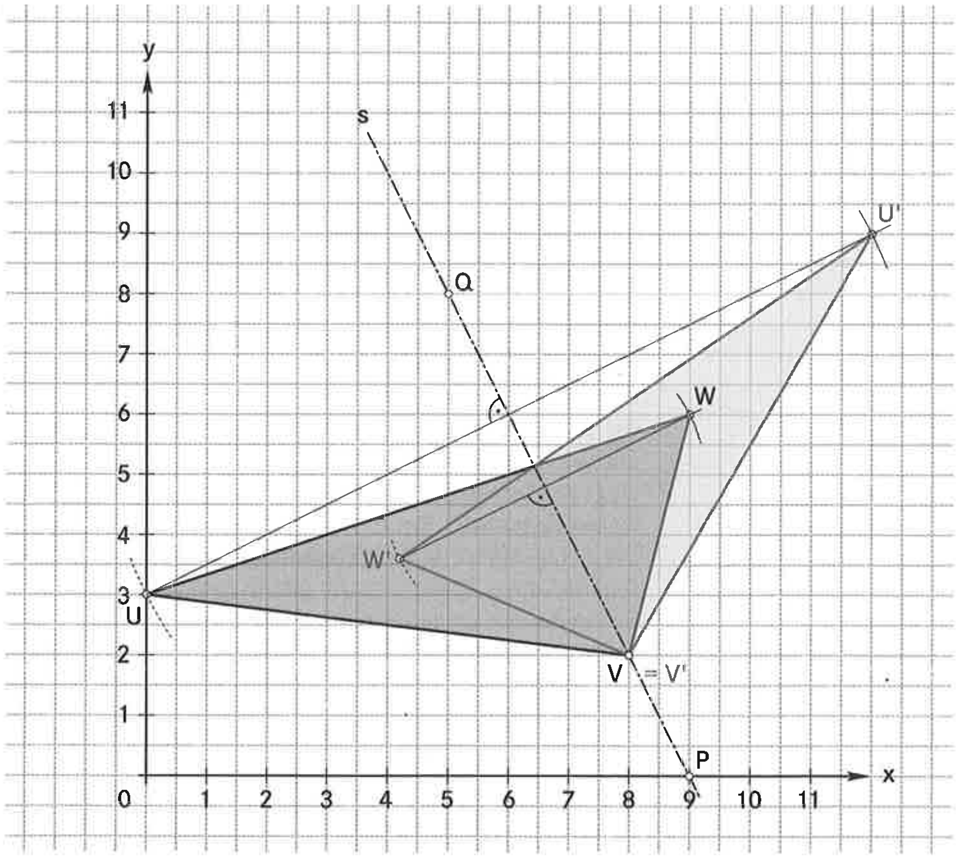
B 125
- Original- und Bildfigur sind **deckungsgleich (kongruent)**: ABCDEF ≅ A'B'C'D'E'F'.
  Insbesondere gilt:
  Das Bild einer Strecke ist eine **gleich lange** Strecke: Länge von A'B' = Länge von AB.
  Das Bild eines Winkels ist ein **gleich grosser** Winkel: $\delta' = \delta$.
- Der **Umlaufsinn** von Original- und Bildfigur ist **entgegengesetzt**.
- Liegt eine Originalstrecke parallel zur Spiegelachse s, so ist auch die Bildstrecke parallel dazu: f // s // f'.
- Schneidet eine Originalstrecke (bzw. ihre Verlängerung) die Spiegelachse s in einem Punkt S, so schneidet die Bildstrecke (bzw. ihre Verlängerung) die Spiegelachse in demselben Punkt S: (AB) ∩ (A'B') ⟶ S ∈ s.
  Die Original und die Bildstrecke (bzw. ihre Verlängerungen) bilden dabei denselben Winkel mit der Achse s: $\alpha = \alpha'$.
- Liegt ein Originalpunkt auf der Spiegelachse s, so fällt er mit seinem Bild zusammen; er ist ein **Fixpunkt**: P = P'.
  Die Achse selbst ist eine **Fixpunktgerade**: Jeder Punkt wird auf sich selbst abgebildet.
- Das Bild eines Kreises ist ein **gleich grosser** Kreis.
  Schneidet der Originalkreis k die Spiegelachse s in zwei Punkten, so schneidet der Bildkreis k' die Achse in ebendiesen beiden Punkten.



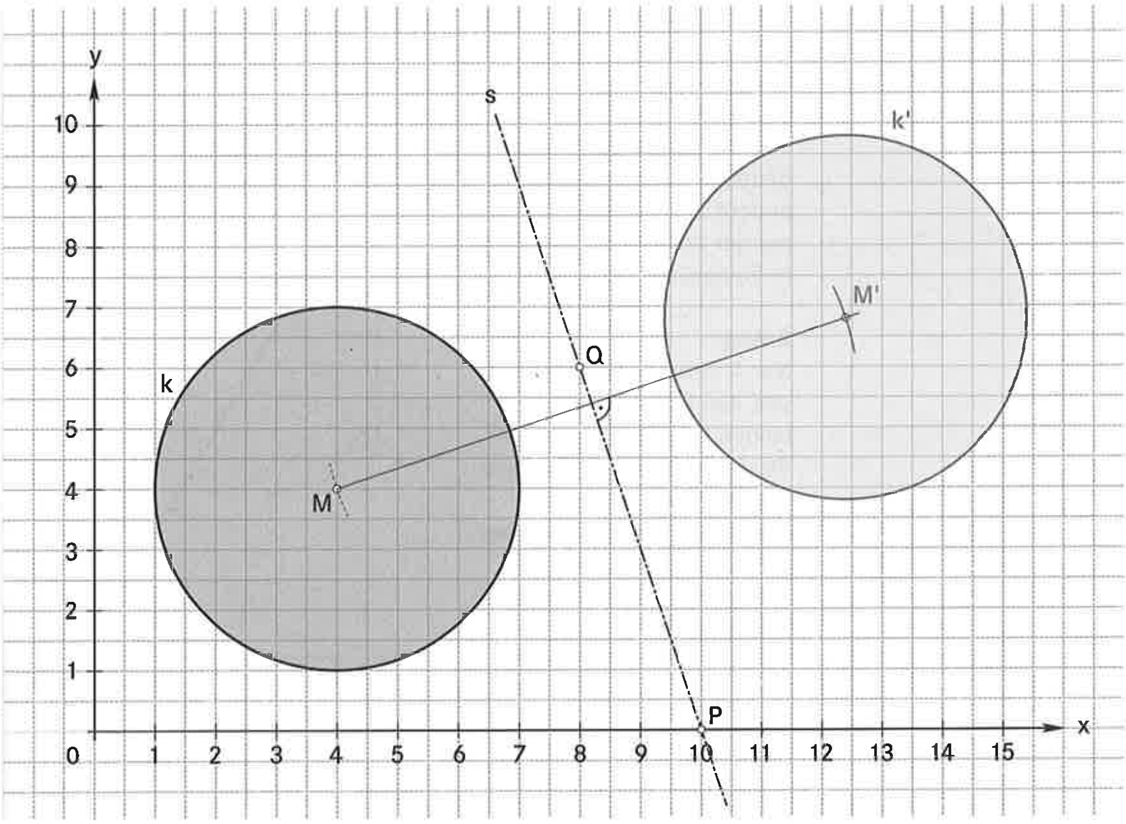
B126 a


y
x
s
Q
P
A
B
C
A'
B'
C'
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

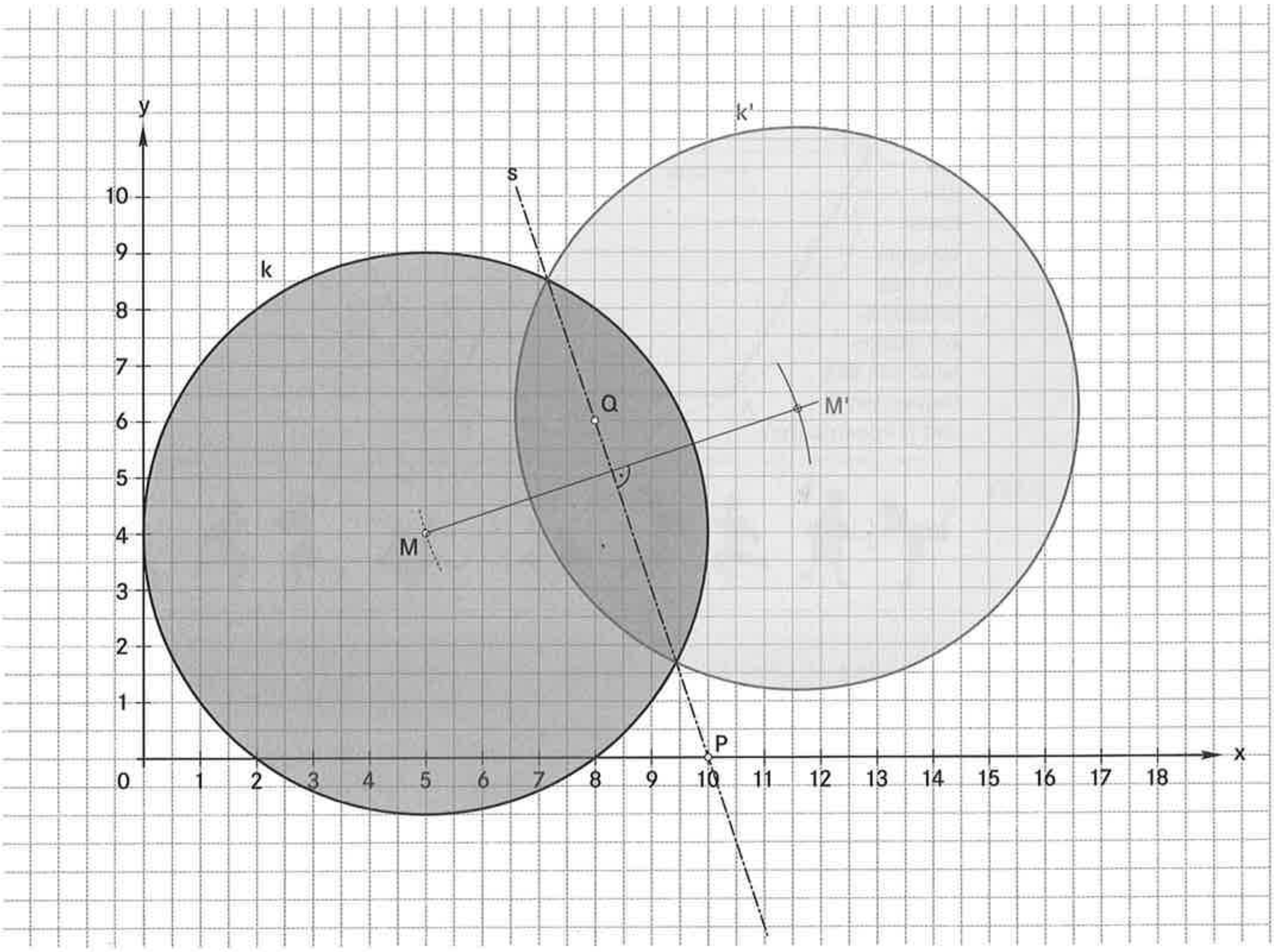
b


y
x
s
Q
P
U
U'
V = V'
W
W'
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

B127 a



b

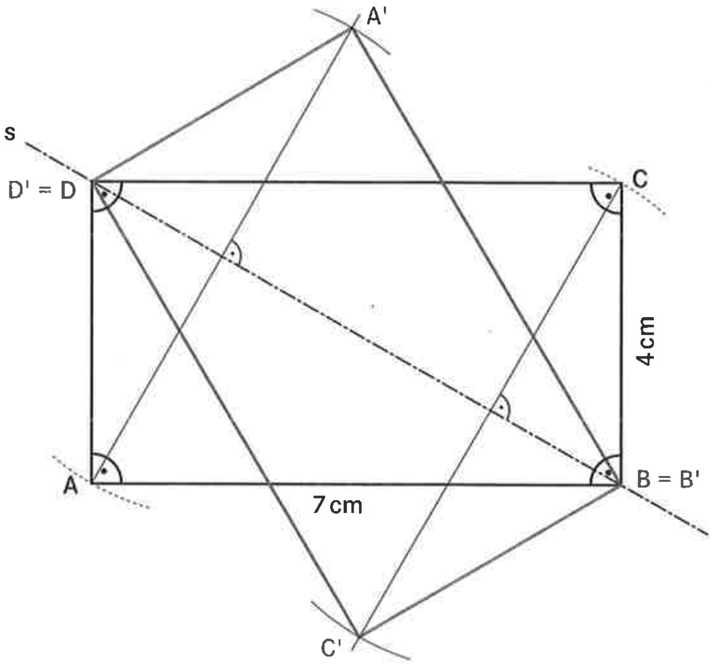


B28 Arbeitsblatt

B129 Es gibt hier zwei mögliche Wege für die Konstruktion:

1.Weg:
Die beiden Eckpunkte A und C spiegeln und die Bildpunkte mit den beiden andern Eckpunkten, die auf der Achse liegen (= Fixpunkte), verbinden.

2.Weg:
Nur A (oder nur C) spiegeln und den Bildpunkt mit den beiden Eckpunkten, die auf der Achse liegen (= Fixpunkte), verbinden.
Dann das Bildrechteck unter Ausnützung der Parallelität und der rechten Winkel ergänzen.

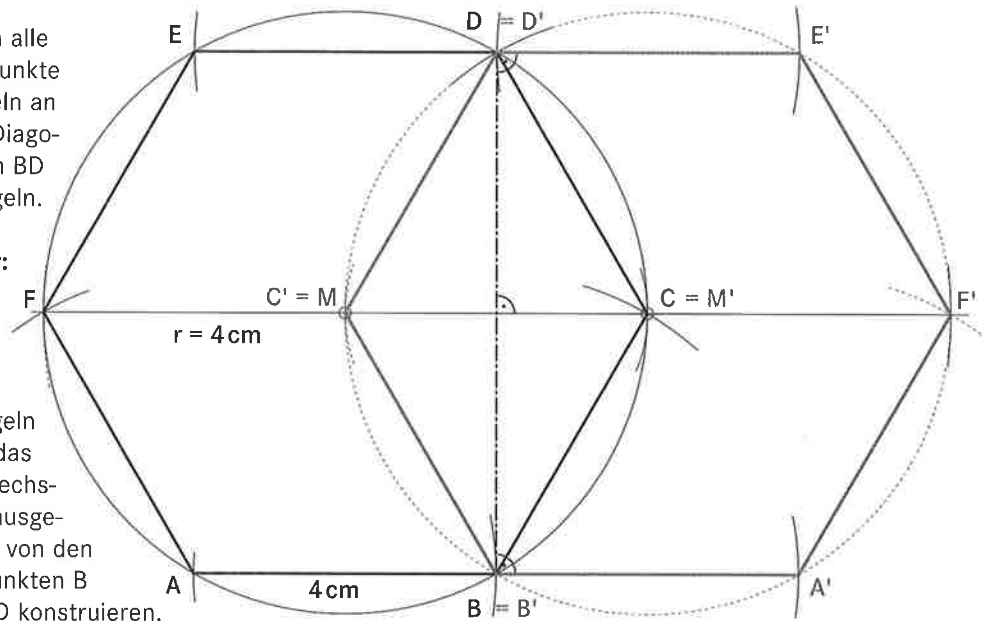


B130 Kreis mit Radius 4 cm zeichnen und den Radius rundherum abtragen ⟶ Sechseck ABCDEF.

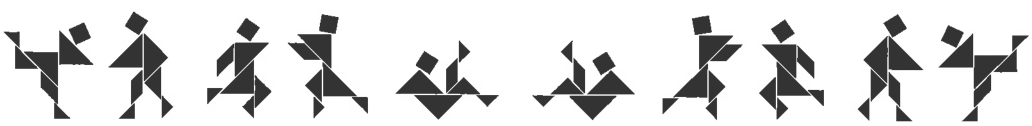
Dann alle Eckpunkte einzeln an der Diagonalen BD spiegeln.

Oder:

Nur den Kreis spiegeln und das Bildsechseck ausgehend von den Fixpunkten B und D konstruieren.



B131



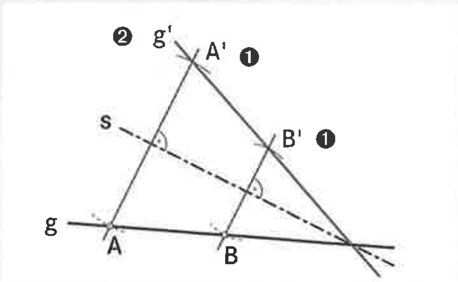
g —s⟶ g'

B132 **Gerade g an einer Achse s spiegeln**

Mit Hilfe von zwei beliebigen Punkten

❶ Zwei Punkte A und B auf g wählen und an s spiegeln ⟶ A' und B'.
❷ A' und B' verbinden ⟶ g'.

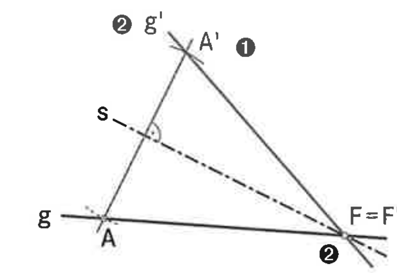
formal:
❶ $A, B \in g \xrightarrow{s} A', B'$
❷ $g' = (A'B')$



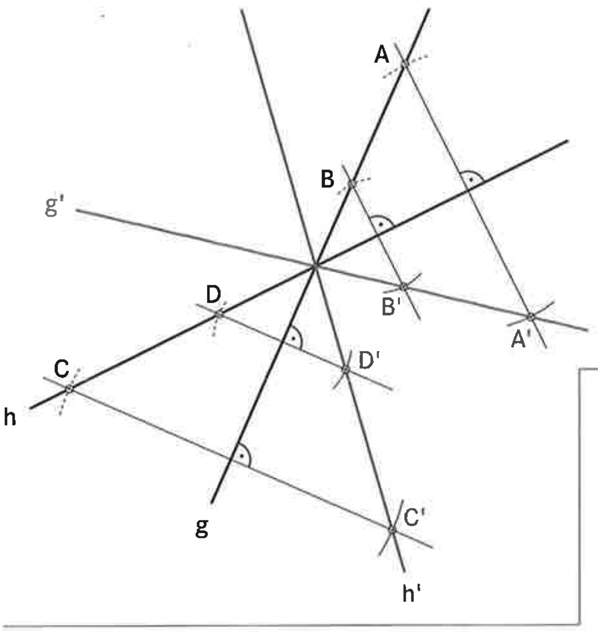
Mit Hilfe des Fixpunktes

❶ Punkt A auf g wählen und spiegeln ⟶ A'.
❷ Schnittpunkt von g und s (= Fixpunkt F) mit A' verbinden ⟶ g'.

formal:
❶ $A \in g \xrightarrow{s} A'$
❷ g' = (A'F'), wobei F = F' Fixpunkt von g

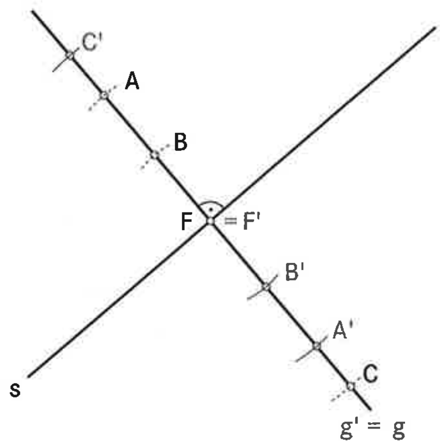


B133



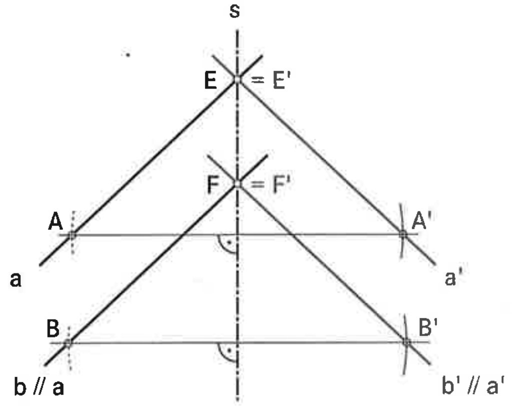
Zweimal zwei Punkte spiegeln – oder je einen Punkt spiegeln und den Schnittpunkt der beiden Geraden als Fixpunkt benützen.

B134 Die Bildgerade g' fällt mit der Originalgeraden g zusammen. Die einzelnen Bildpunkte fallen aber nicht mit den Originalpunkten zusammen. Sie liegen auf der jeweils anderen Achsenseite.
Die Bildgerade erhält damit quasi einen andern «Durchlaufsinn» als die Originalgerade.

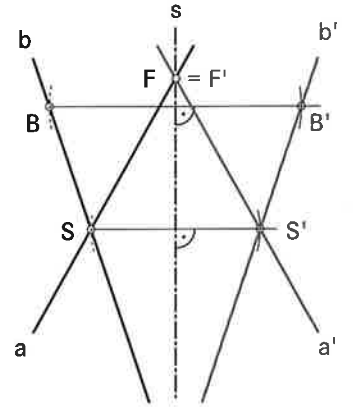


B135 Bei einer Fixpunktgeraden kommt bei einer Spiegelung jeder einzelne Punkt auf sich selbst zu liegen. Bildpunkt und Originalpunkt sind also identisch, sie fallen zusammen.
Eine Fixgerade kommt unter einer Spiegelung zwar als gesamte Gerade auch wieder auf sich selbst zu liegen. Die einzelnen Punkte «wechseln aber den Platz»: Die Bildpunkte fallen nicht mit dem zugehörigen Originalpunkt zusammen – mit einer Ausnahme (= einziger Fixpunkt).

B136 ■



■



B137 ■ Die Bilder von zwei parallelen Geraden sind wieder zwei zueinander parallele Geraden.
■ Die Bilder von zwei sich schneidenden Geraden sind wieder zwei sich schneidende Geraden. Die Bildgeraden schneiden sich dabei im Bild des Originalschnittpunktes.

B138 a

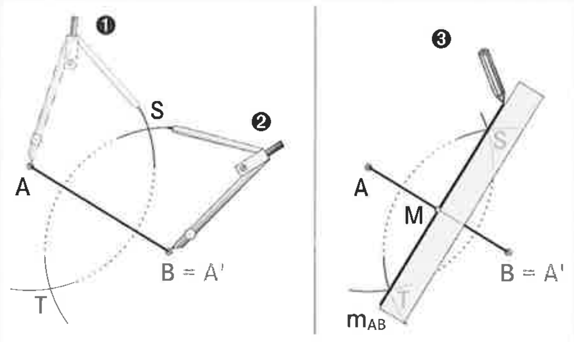
b Die **Mittelsenkrechte** ist die **Symmetrieachse von zwei Punkten**. Sie geht durch die **Mitte** der Verbindungsstrecke der beiden Punkte und steht **senkrecht** auf dieser Strecke. Die **Winkelhalbierende** ist die **Symmetrieachse eines Winkel** oder eine der beiden Symmetrieachsen von **zwei sich schneidenden Geraden**. Sie **halbiert** den **Winkel**.
Die **Mittelparallele** ist die **Symmetrieachse von zwei parallelen Geraden**. Sie verläuft in der **Mitte** der beiden Parallelen und ist ebenfalls **parallel** dazu.

m_{AB}, M

B139 **Mittelsenkrechte m_{AB} einer Stecke AB, Mitte M der Strecke AB**

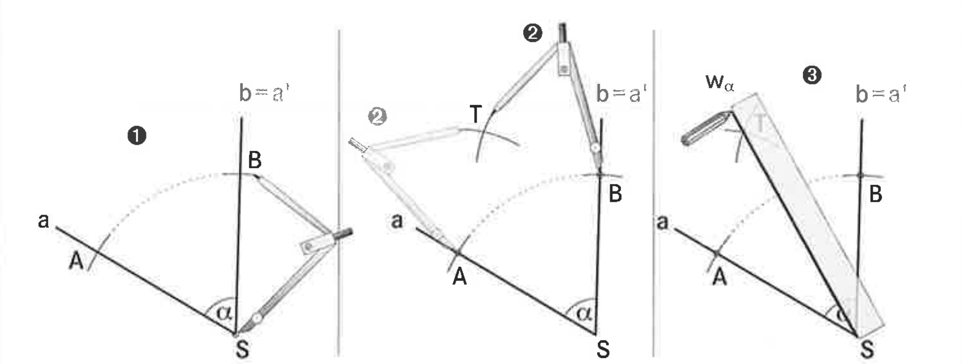
❶ Kreisbogen um A schneiden mit
❷ Kreisbogen um B (**gleicher Radius !**) → S und T.
❸ S und T verbinden → Mittelsenkrechte m_{AB}, Mitte M.

formal:
❶ $k(A,r) \cap k(B,r) \rightarrow S, T$
❷ $m_{AB} = (ST)$
❸ $m_{AB} \cap AB \rightarrow M$



w_α

Winkelhalbierende w_α eines Winkels α mit Scheitelpunkt S



❶ Grosser Kreisbogen um S → A und B.
❷ Kreisbogen um A schneiden mit Kreisbogen um B (**gleicher Radius!**) → T.
❸ T mit S verbinden → Winkelhalbierende w_α.

formal:
❶ $k(S, r_1) \cap \alpha \rightarrow A, B$
❷ $k(A,r_2) \cap k(B,r_2) \rightarrow T$
❸ $w_\alpha = (TS)$ (Strahl)

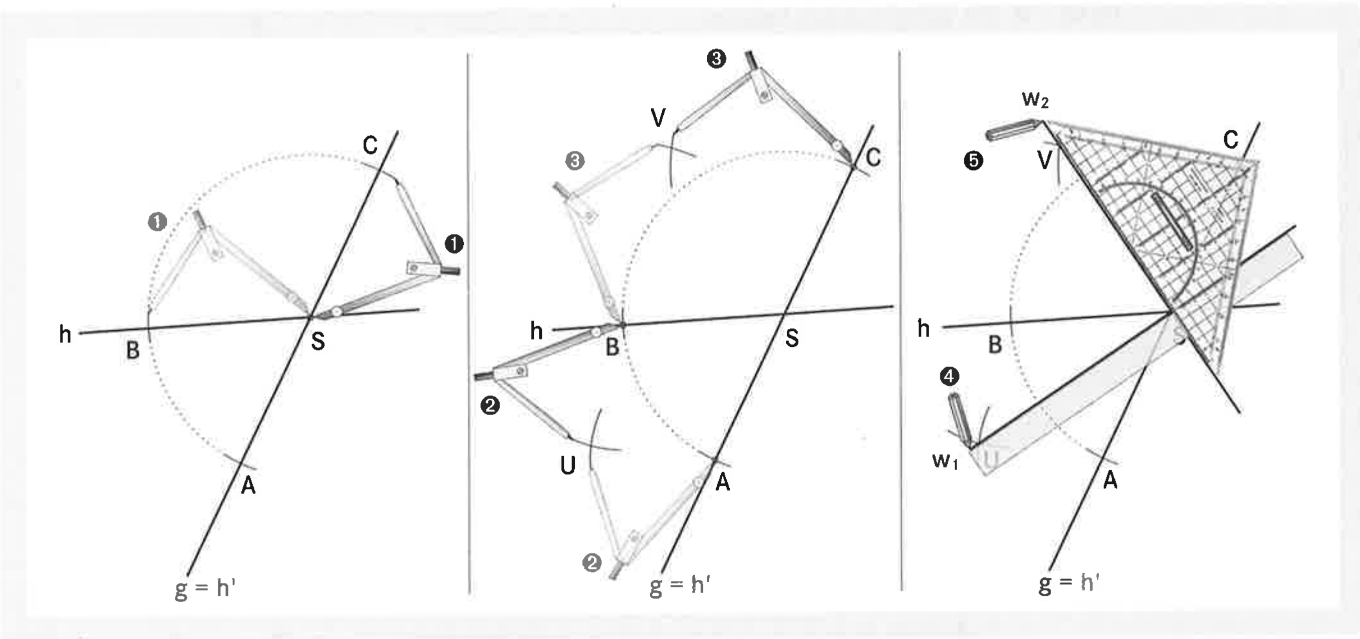
w_1, w_2

Winkelhalbierende w_1 und w_2 von zwei sich schneidenden Geraden g und h

Abbildung Seite 97 oben

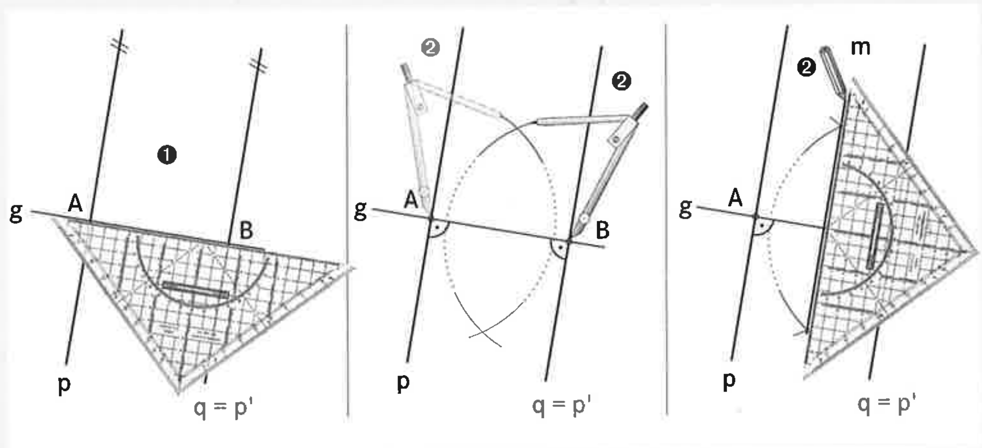
❶ Grosser Kreisbogen um S → A, B und C.
❷ Kreisbogen um A schneiden mit Kreisbogen um B (**gleicher Radius!**) → U.
❸ Kreisbogen um B schneiden mit Kreisbogen um C (**gleicher Radius!**) → V.
❹ U mit S verbinden → Winkelhalbierende w_1.
❺ V mit S verbinden → Winkelhalbierende w_2.

formal:
❶ $k(S, r_1) \cap g, h \rightarrow A, C \in g, B \in h$
❷ $k(A,r_2) \cap k(B,r_2) \rightarrow U$
❸ $k(B,r_3) \cap k(C,r_3) \rightarrow V$
❹ $w_1 = (US)$
❺ $w_2 = (VS)$



m

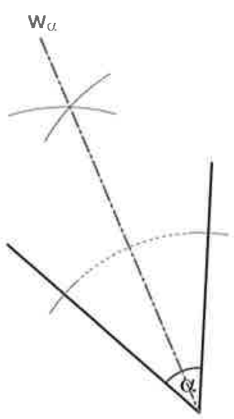
Mittelparallele m von zwei parallelen Geraden p und q



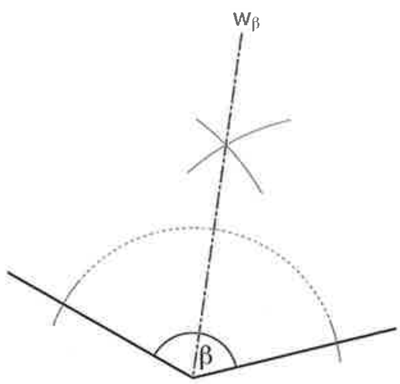
❶ Senkrechte g zu q ⟶ A und B.
❷ Mittelsenkrechte der Strecke AB errichten ⟶ m.

formal:
❶ $g \perp q$ ⟶ $A \in p$, $B \in q$
❷ $m = m_{AB}$

B140 Die Spiegelachse s heisst bei jedem Winkel gleich: **Winkelhalbierende.**
Auch die Konstruktion musst du bei jedem Winkel auf die gleiche Art durchführen, egal ob dieser spitz oder stumpf ist.
Beispiele:



spitzer Winkel

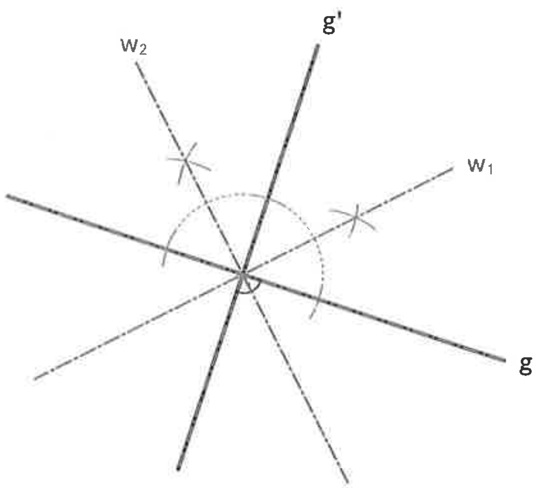


stumpfer Winkel

B141 **a** Die Spiegelachsen heissen auch hier Winkelhalbierende.

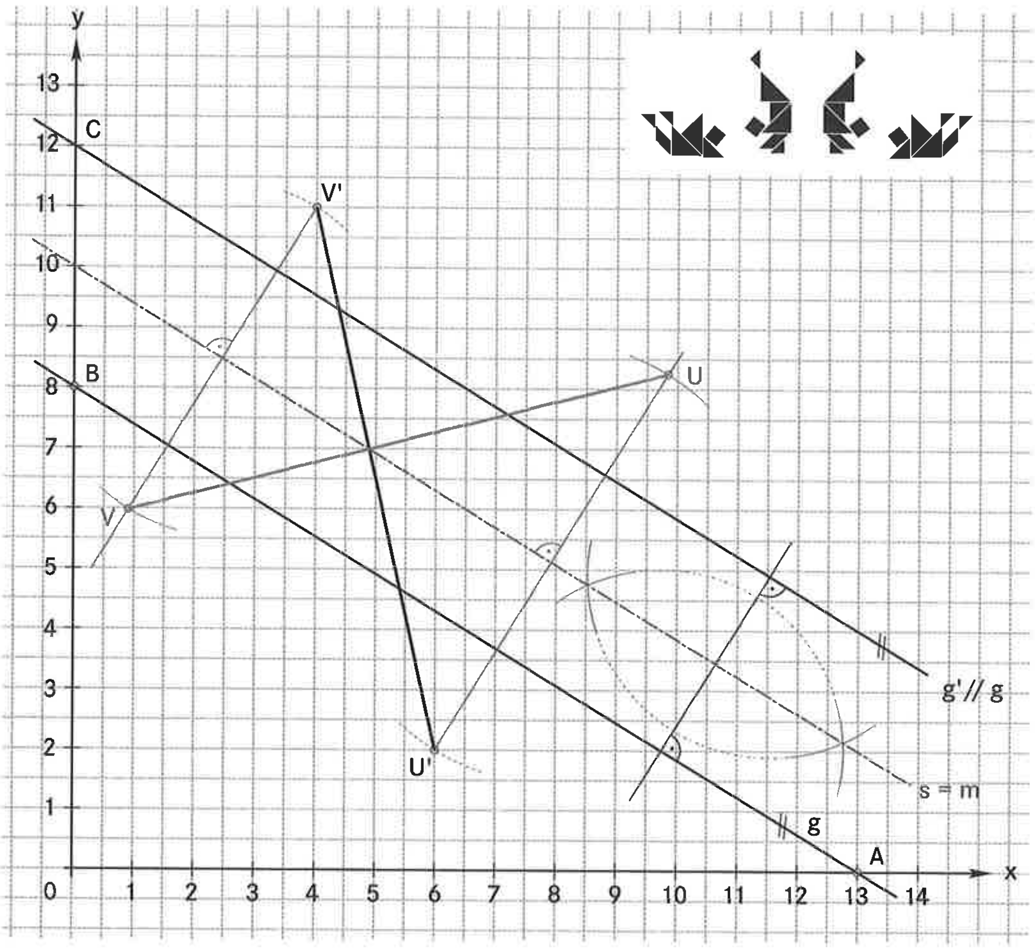
b Die Figur hat effektiv **vier Symmetrieachsen**:
die beiden Winkelhalbierenden **w_1** und **w_2**
und
die beiden Geraden **g** und **g'** selbst.

Dies **nur** deshalb, weil die beiden Geraden **senkrecht** zueinander stehen.



B142 Arbeitsblatt

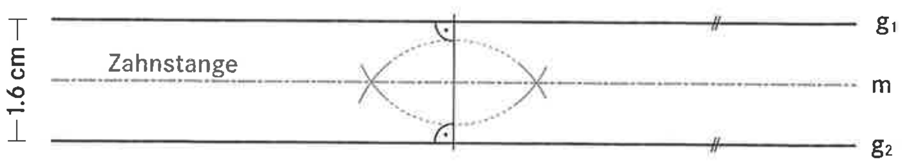
B143



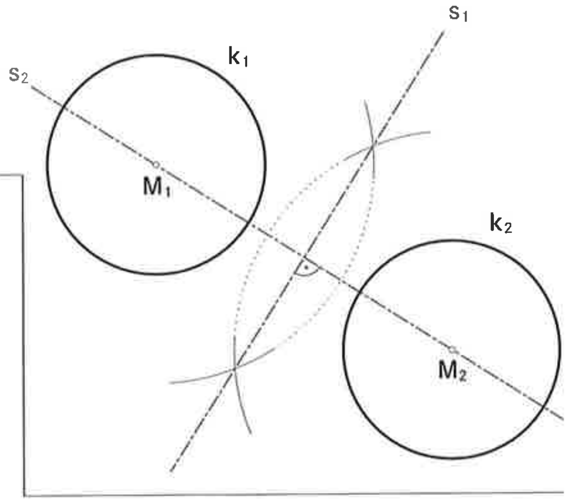
a Die Spiegelachse von g und g' ist eine Mittelparallele.

B144 Beispielsweise Massstab 1 : 50
1 m (= 100 cm) in Wirklichkeit wird zu 2 cm auf dem Plan.
Die beiden Schienen haben also einen Abstand von 1.6 cm auf dem Papier.

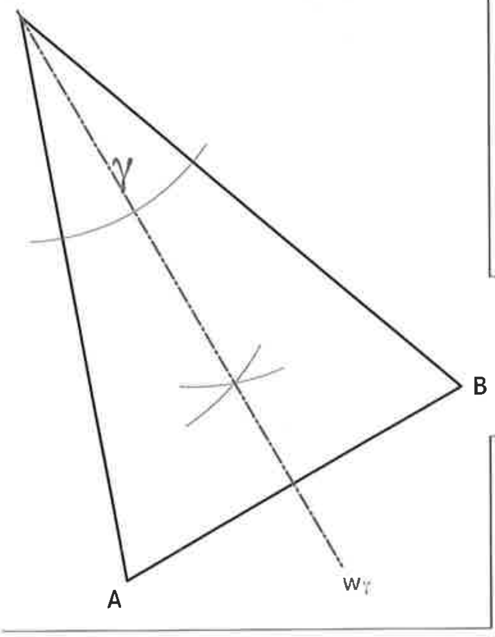
Die Zahnstange lässt sich als Mittelparallele der beiden parallelen Geraden konstruieren.



B145 Die Figur hat zwei Symmetrieachsen:
Die **Mittelsenkrechte** der beiden Kreismittelpunkte M_1 und M_2.
Die **Gerade**, die durch die beiden Kreismittelpunkte M_1 und M_2 verläuft.

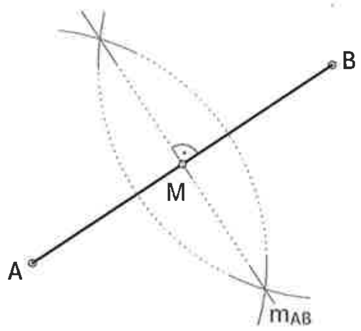


B146

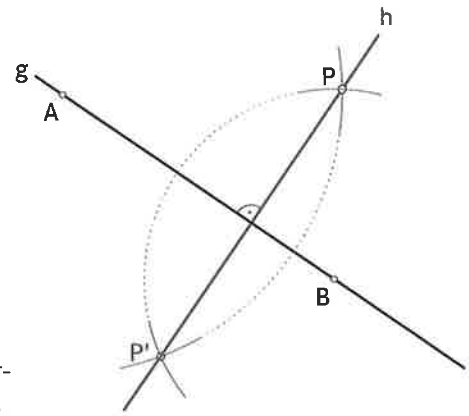


Offensichtlich sind die beiden Seiten AC und BC die beiden gleich langen Schenkel.
Die zu konstruierende Symmetrieachse ist also die Winkelhalbierende des Winkels bei C.

B147 Den Mittelpunkt einer Strecke musst du immer mit Hilfe der Mittelsenkrechten der beiden Endpunkte konstruieren.
Nicht einfach mit dem Geodreieck messen!

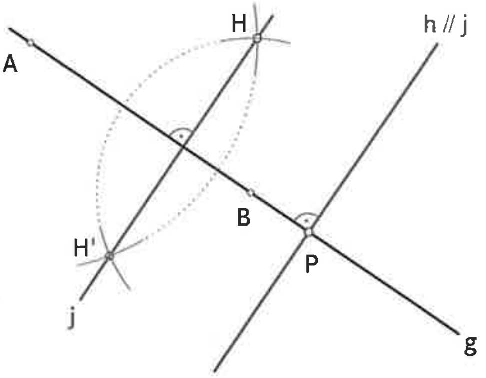


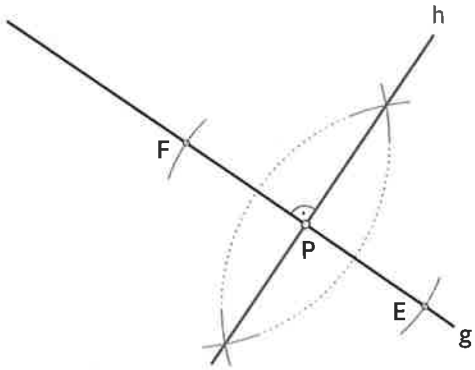
B148 **a** **Idee: (Abbildung rechts)**
Den gegebenen Punkt P mit Zirkel und Lineal an der Geraden g spiegeln (**Konstruktions-Baustein B119**).
Die Verbindungsgerade durch den Originalpunkt P und den Bildpunkt P' ist dann die gesuche Gerade h: sie steht senkrecht auf g und verläuft durch P.



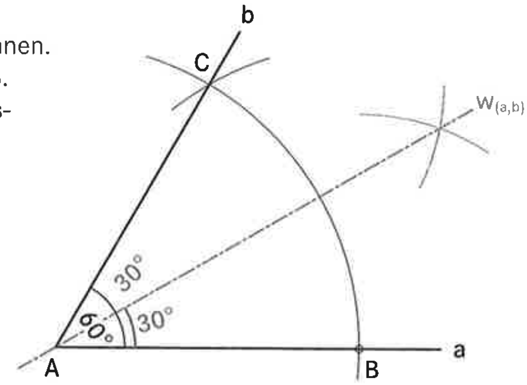
b **Idee 1: (Abbildung unten links)**
Irgendeinen beliebigen Hilfspunkt H wählen.
Dann wie bei **a** die Senkrechte j zu g durch H errichten - und diese parallel durch P verschieben.

Idee 2: (Abbildung unten rechts)
Zwei Punkte E und F auf der Geraden g konstruieren, die beide gleich weit von P entfernt sind (Kreis um P mit g schneiden). Jetzt ist P Mittelpunkt der Strecke EF und liegt somit auf der Mittelsenkrechten von EF (**Konstruktions-Baustein B139**).

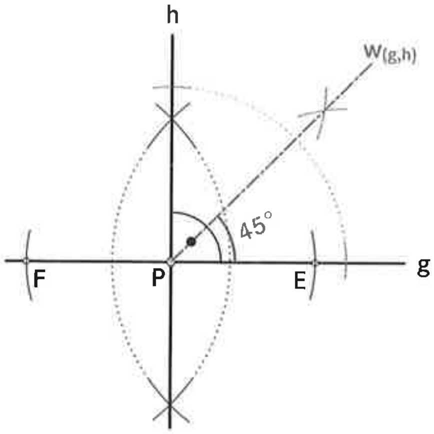




B149 **a** Konstruktionsbericht:
- Strahl a = (AB), mit Anfangspunkt A zeichnen.
- Kreis um A, beispielsweise mit Radius AB.
- Von B aus denselben Radius auf die Kreislinie abtragen → C.
- C mit A verbinden → Winkel von 60°.
- Winkelhalbierende konstruieren
  → Winkel von 30°.

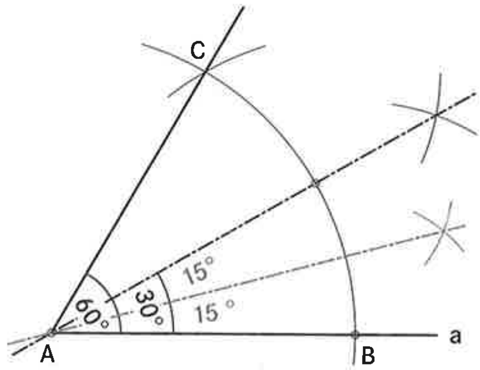


b

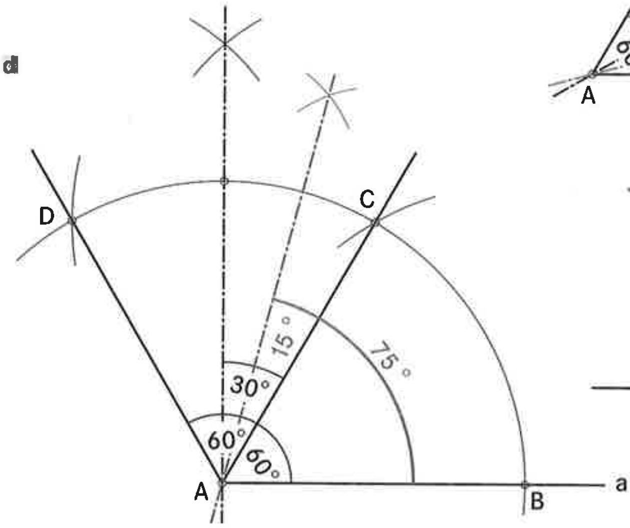


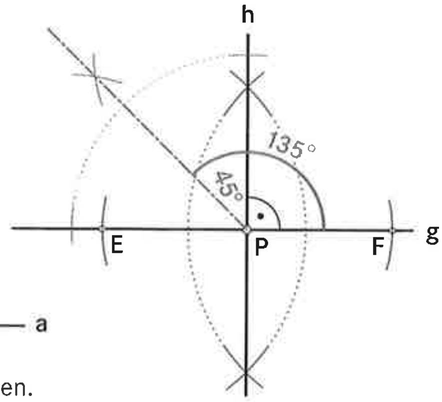
Konstruktionsbericht:
- Gerade g zeichnen und darauf einen Punkt P wählen.
- Eine Senkrechte h zu g durch P errichten wie in **B148 b** → Winkel von 90°.
- Winkelhalbierende konstruieren
  → Winkel von 45°.

c Konstruktionsbericht:
- Einen Winkel von 60° konstruieren.
- Winkelhalbierende konstruieren
  → Winkel von 30°.
- Nochmals Winkelhalbierende konstruieren
  → Winkel von 15°.



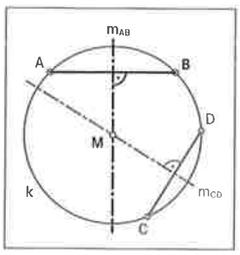
d



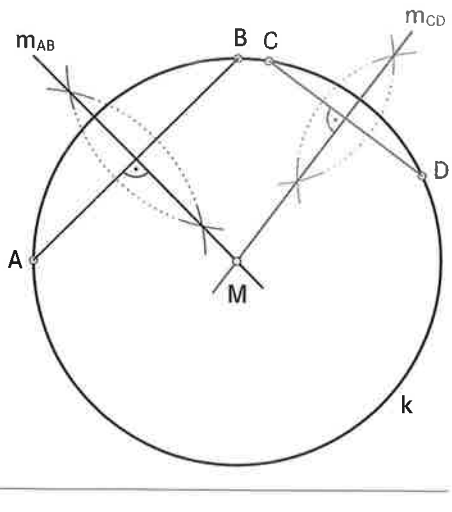


Es lassen sich alle Winkel der 15-er Reihe konstruieren.

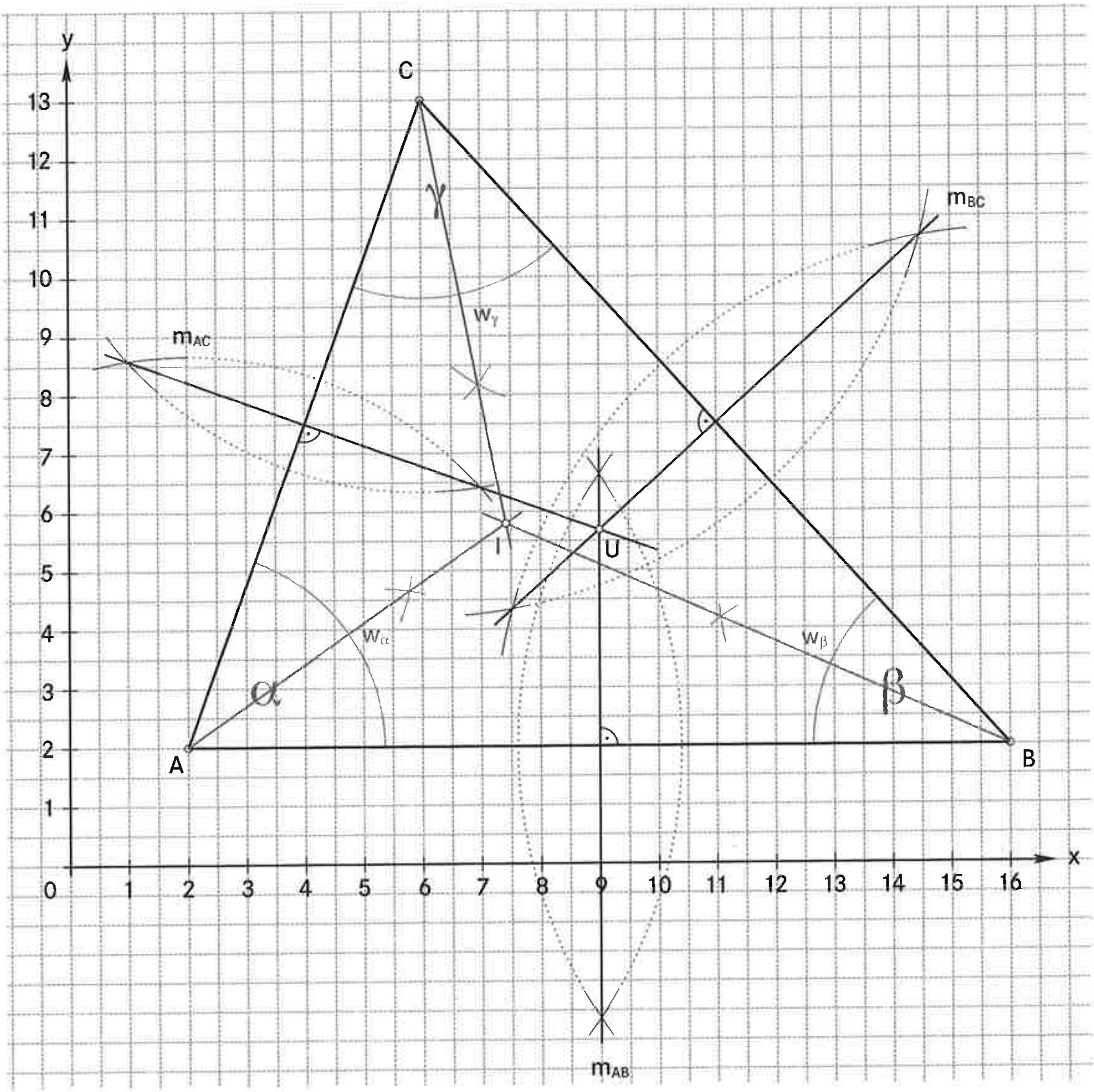
B150 **Idee:**



Jeder Kreis ist achsensymmetrisch in Bezug auf unendlich viele Achsen, die alle durch den Mittelpunkt verlaufen.
Zwei beliebige Kreispunkte liegen deshalb immer spiegelbildlich zueinander. Ihre Spiegelachse ist diejenige Symmetrieachse des Kreises, die zugleich Mittelsenkrechte der beiden Punkte ist.
Der Kreismittelpunkt lässt sich demnach mit Hilfe von zwei solchen Punktepaaren konstruieren: Er ist Schnittpunkt der beiden Mittelsenkrechten.

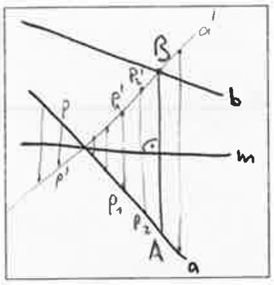


B151 **a** Die drei Mittelsenkrechten schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt U.
b Die drei Winkelhalbierenden schneiden sich ebenfalls in einem gemeinsamen Punkt I.



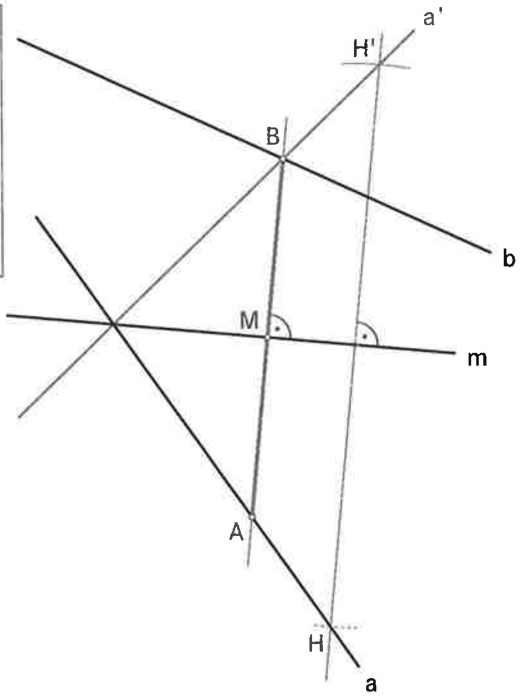
B152 Arbeitsblatt

B153 **a** Skizze:



b Für jede Strecke, die in einem beliebigen Punkt P auf a beginnt, senkrecht auf m steht und von m halbiert wird, gilt:
Ihr Endpunkt ist P', der Bildpunkt von P nach einer Achsenspiegelung an m. P' liegt somit auf a'.
Dies gilt insbesondere für die gesuchte Strecke AB: B muss demnach auf der Bildgeraden a' liegen. Da B auch auf der Geraden b liegt, kommt nur der Schnittpunkt von b mit a' in Frage.

d Konstruktionsbericht
- a an m spiegeln (Hilfspunkt H) → a'.
- B ist der Schnittpunkt von a' und b.
- Senkrechte zu m durch B → A auf a.



B154 a -
b Auf das Spiegelbild der Spielfigur.
c Die Positionen von Spielfigur, Kugel und Wand (Spiegel) aufzeichnen und dann die Spielfigur an der Wand spiegeln.

Reflexion

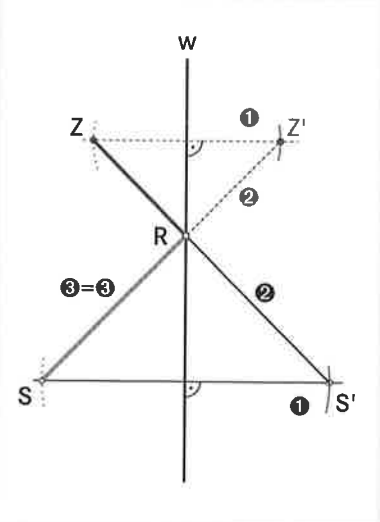
B155 **Weg eines abprallenden Balls (reflektierten Lichtstrahls) von S nach Z**

1. Art
❶ Startposition S an der Wand w spiegeln ⟶ S'.
❷ S' mit Z verbinden ⟶ Reflexionspunkt R ∈ w.
❸ S mit R und R mit Z verbinden.

formal:
❶ S —w⟶ S'
❷ S'Z ∩ w ⟶ R

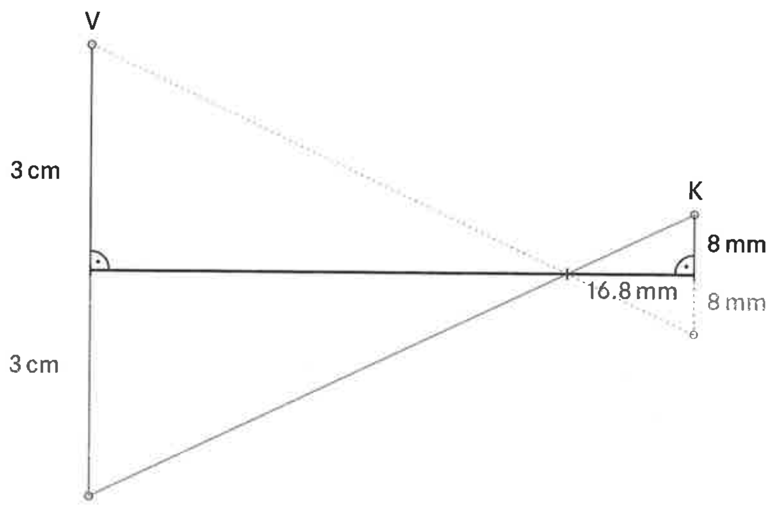
2. Art
❶ Zielposition Z an der Wand w spiegeln ⟶ Z'
❷ Z' mit S verbinden ⟶ Reflexionspunkt R ∈ w
❸ S mit R und R mit Z verbinden.

formal:
❶ Z —w⟶ Z'
❷ Z'S ∩ w ⟶ R



B156 Der Verkleinerungsmassstab 1 : 50 ist günstig.

50 cm	in Wirklichkeit werden damit zu	1 cm in der Zeichnung.
4 m	in Wirklichkeit werden zu	8 cm in der Zeichnung.
1.5 m	in Wirklichkeit werden zu	3 cm in der Zeichnung.
40 cm	in Wirklichkeit werden zu	8 mm in der Zeichnung.

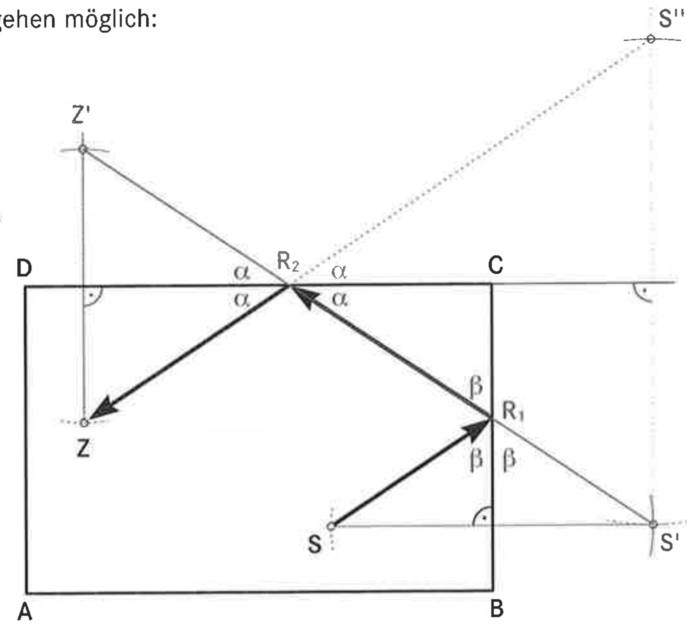


Der Ball muss in der Zeichnung ca. 17 mm vom Knirps entfernt auf den Boden gespielt werden. In Wirklichkeit sind das ungefähr 17 mm · 50 = 850 mm = **85 cm**.

B157 Es sind zwei verschiedene Vorgehen möglich:

1. Konstruktionsbericht:
- S an (BC) spiegeln → S'.
- Z an (CD) spiegeln → Z'.
- S' mit Z' verbinden
  → Reflexionspunkte R_1, R_2.
- Der Streckenzug SR_1R_2Z ist der gesuchte Weg.

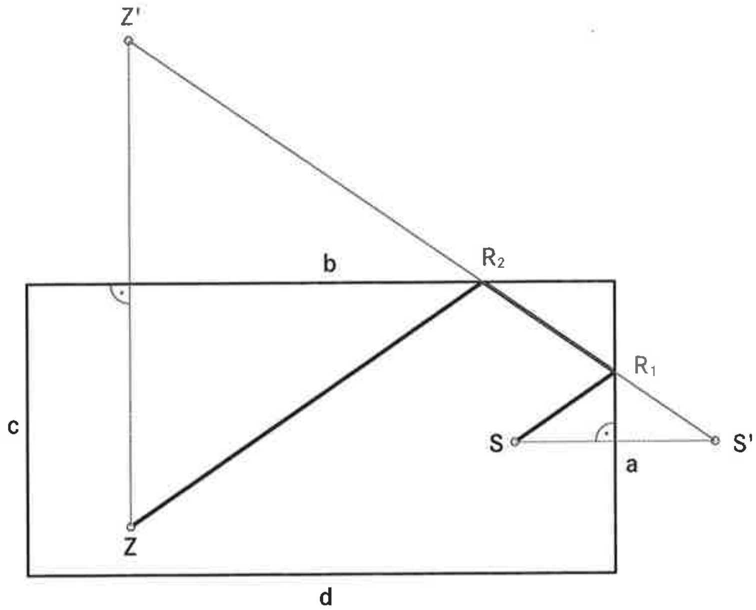
2. Konstruktionsbericht:
- S an (BC) spiegeln → S'.
- S' an (CD) spiegeln → S".
- S" mit Z verbinden
  → Reflexionspunkt R_2.
- S' mit R_2 verbinden
  → Reflexionspunkt R_1.
- Der Streckenzug SR_1R_2Z ist der gesuchte Weg.



B158 Grundsätzlich stehen 12 verschiedene Banden-Kombinationen zur Auswahl: 4 Banden zur Auswahl für die erste Reflexion, dann noch 3 Banden für die zweite Reflexion.
Es führen aber nicht alle Kombinationen auf tatsächliche Lösungen für den gesuchten Zweibandenpass.
Wir zeigen hier **vier verschiedene Lösungsbeispiele.**

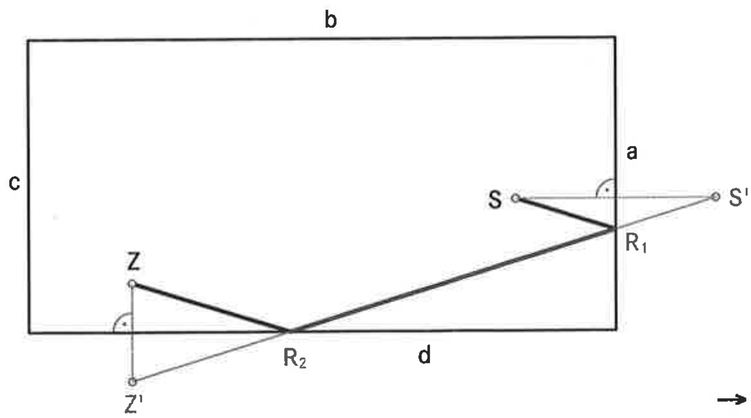
1. Beispiel:

Zuerst Reflexion an Bande a, dann an Bande b.



2. Beispiel:

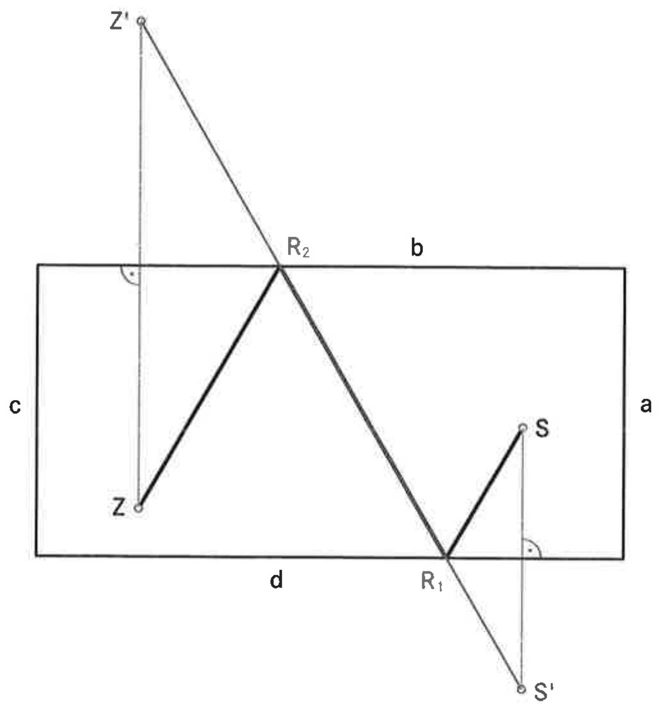
Zuerst Reflexion an Bande a, dann an Bande d.



→

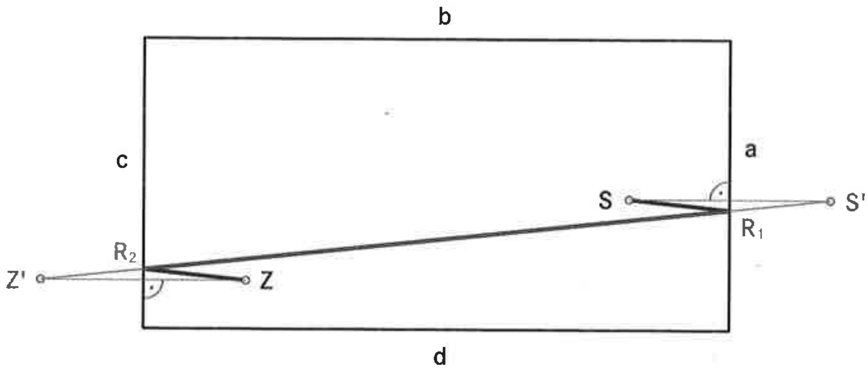
→ **3. Beispiel:**

Zuerst Reflexion an Bande d, dann an Bande b.



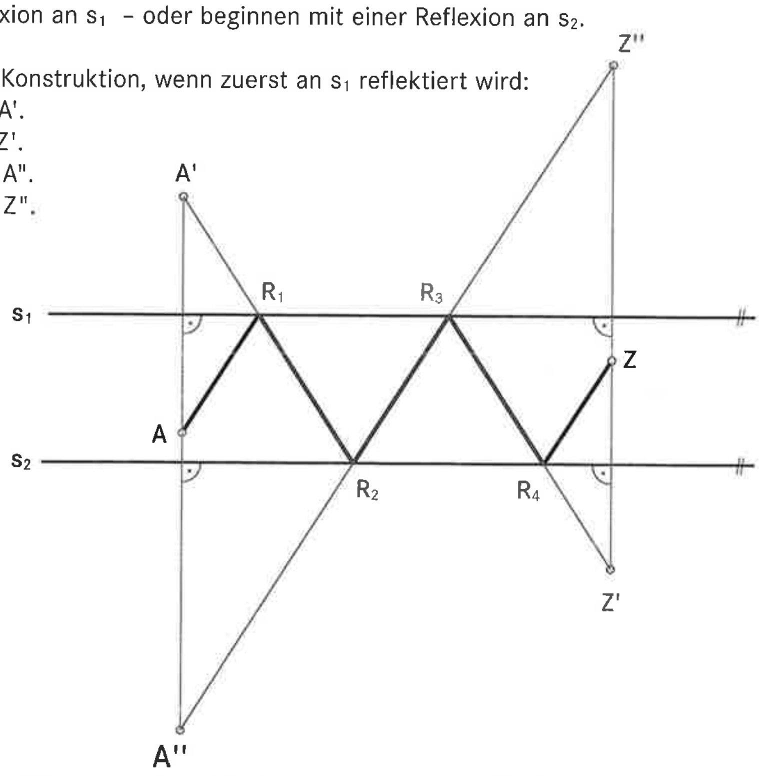
4. Beispiel:

Zuerst Reflexion an Bande a, dann an Bande c.

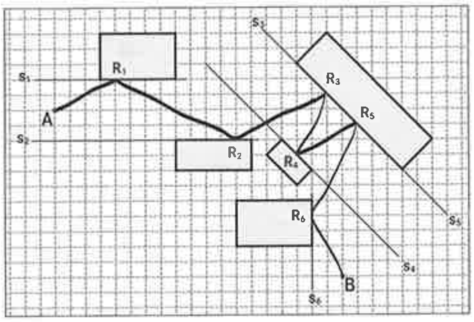


B159 Es gibt zwei mögliche Lösungen:
Beginnen mit einer Reflexion an s_1 - oder beginnen mit einer Reflexion an s_2.

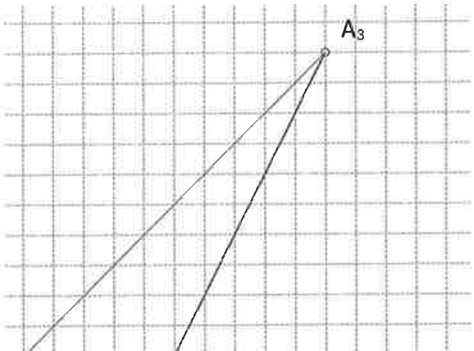
Unsere Lösung zeigt die Konstruktion, wenn zuerst an s_1 reflektiert wird:
- A an s_1 spiegeln → A'.
- Z an s_2 spiegeln → Z'.
- A' an s_2 spiegeln → A".
- Z' an s_1 spiegeln → Z".
- A" mit Z" verbinden → R_2 und R_3.
- A' mit R_2 verbinden → R_1.
- Z' mit R_3 verbinden → R_4.

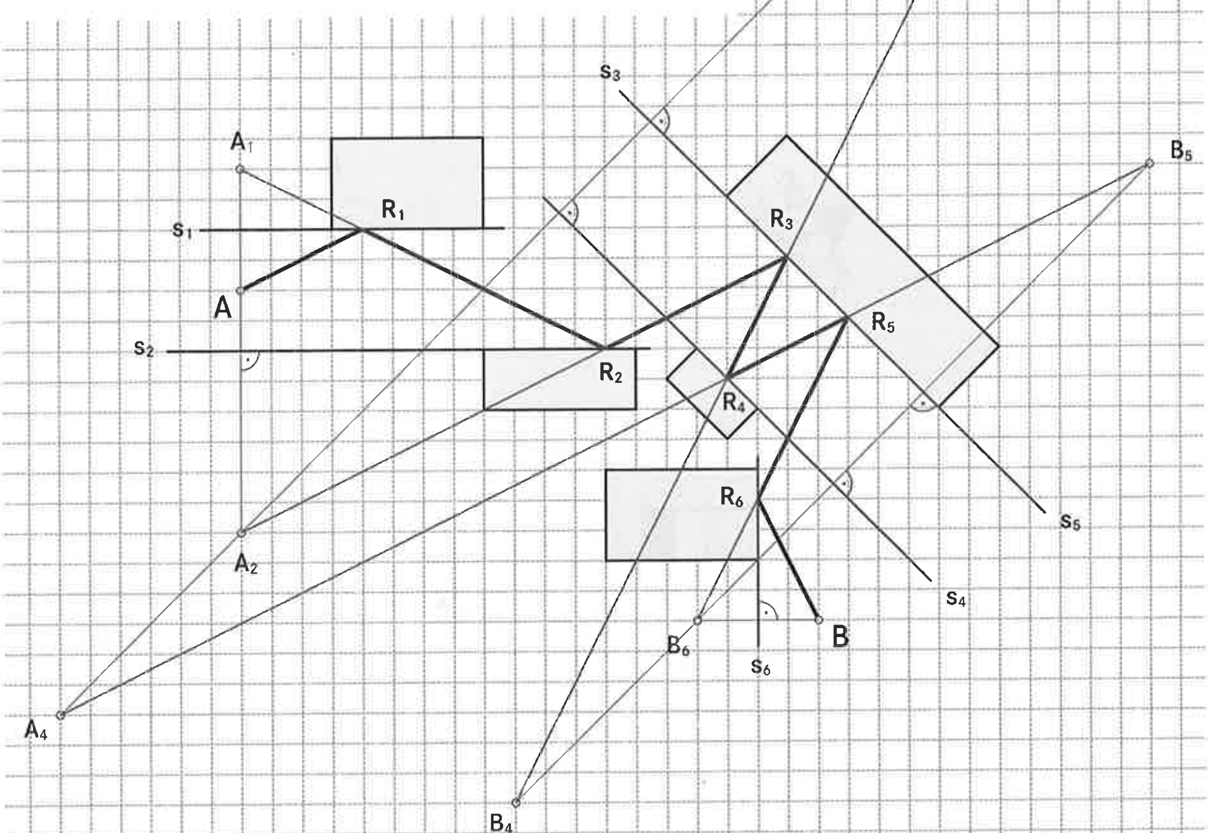


B160 Anhand einer Skizze lässt sich der ungefähre Weg des Balls erahnen.
Damit wird ersichtlich, an welchen Geraden der Reihe nach gespiegelt werden muss.

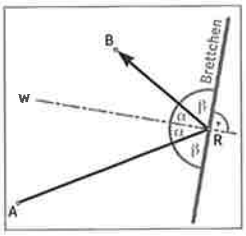


Konstruktionsbericht:
Damit die Punkte nicht ausserhalb des Blattes fallen, haben wir bei unserer Lösung «von vorne» und «von hinten» begonnen
- A an s_1 spiegeln $\rightarrow$ A_1.
- A_1 an s_2 spiegeln $\rightarrow$ A_2.
- A_2 an s_3 spiegeln $\rightarrow$ A_3.
- A_3 an s_4 spiegeln $\rightarrow$ A_4.
- B an s_6 spiegeln $\rightarrow$ B_6.
- B_6 an s_5 spiegeln $\rightarrow$ B_5.
- B_5 an s_4 spiegeln $\rightarrow$ B_4 (zur Kontrolle).
- A_4 mit B_5 verbinden $\rightarrow$ R_4 und R_5.
- B_4 mit A_3 verbinden $\rightarrow$ R_4 (Kontrolle) und R_3.
- B_6 mit R_5 verbinden $\rightarrow$ R_6.
- A_2 mit R_3 verbinden $\rightarrow$ R_2.
- A_1 mit R_2 verbinden $\rightarrow$ R_1.

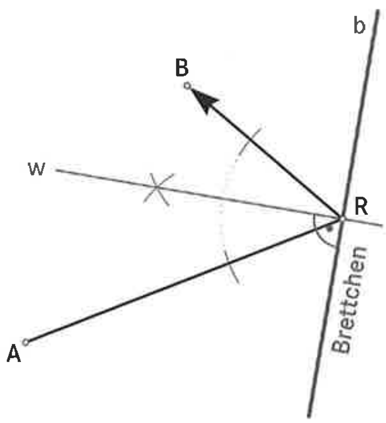




B161



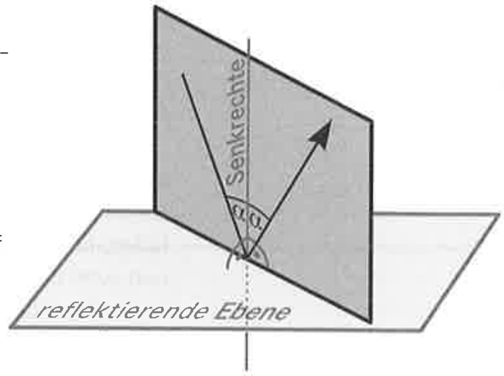
Idee:
Der Winkel, den das Bällchen beim Aufprallen mit dem Brettchen bildet, muss gleich gross sein, wie derjenige beim Wegspicken. Die ganze Figur ist somit achsensymmetrisch in Bezug auf die Winkelhalbierende w des Winkels bei R.
Das Brettchen steht senkrecht zu dieser Achse.



Konstruktionsbericht:
- Winkelhalbierende w vom Winkel zwischen AR und BR.
- Brettchen b senkrecht zu w durch R.

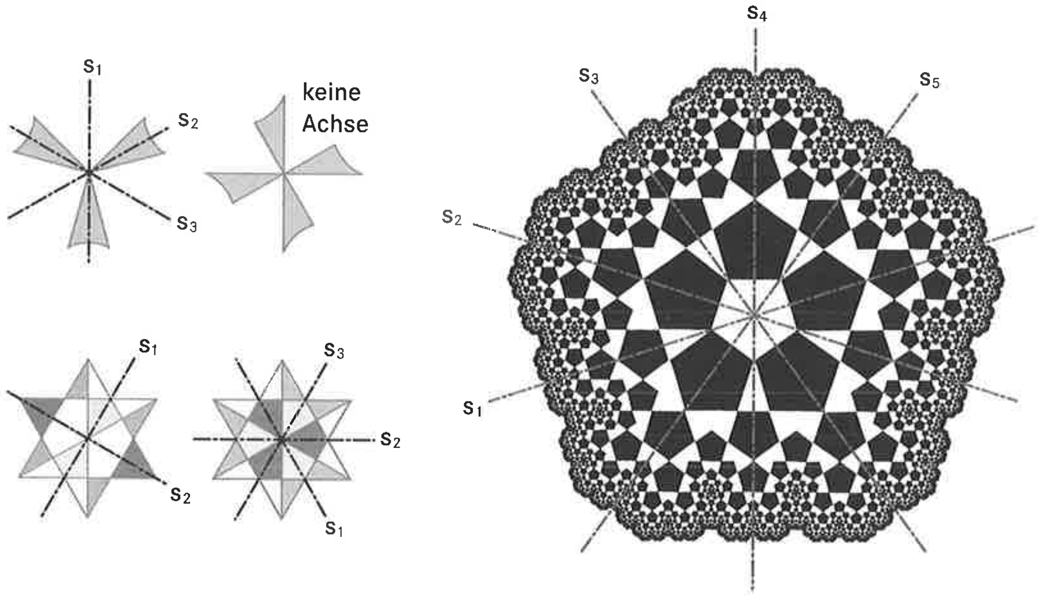
B162 **a** -

b Ganz korrekt formuliert lautet das Reflexionsgesetz etwa so:
Lichtstrahlen oder Teilchen, die auf einer reflektierenden Fläche aufprallen, werden im gleichen Winkel α zurückgeworfen (Ausfallswinkel), wie sie auftreffen (Einfallswinkel). Einfalls- und Ausfallswinkel beziehen sich auf die Senkrechte (Fachwort: Normale) zur reflektierenden Fläche und liegen mit dieser Senkrechten in einer gemeinsamen Ebene.

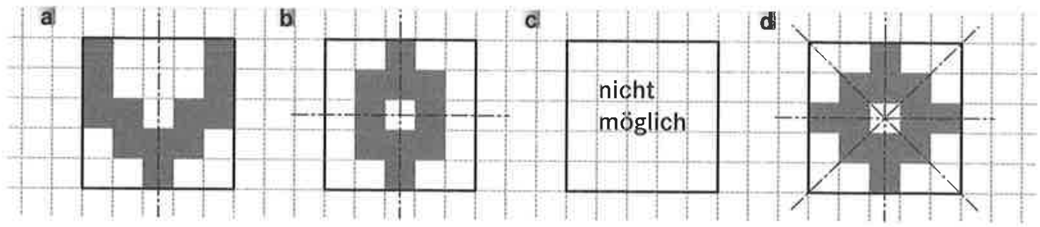


c Badzimmerspiegel, Verkehrsspiegel, Fata Morgana, Wasserspiegelung ...

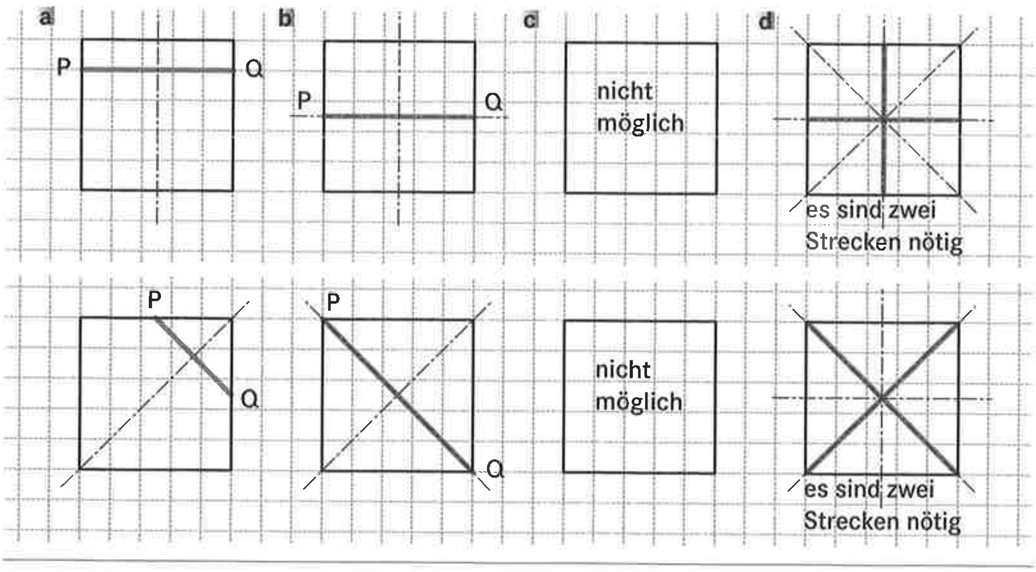
B163



B164 Beispiele:

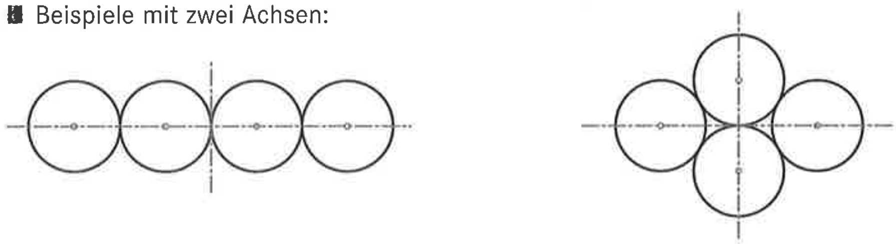


B165 Beispiele:

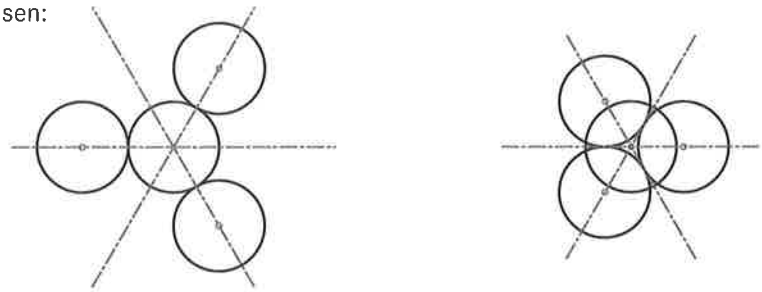


B166 **a** Beispiele mit einer Achse:

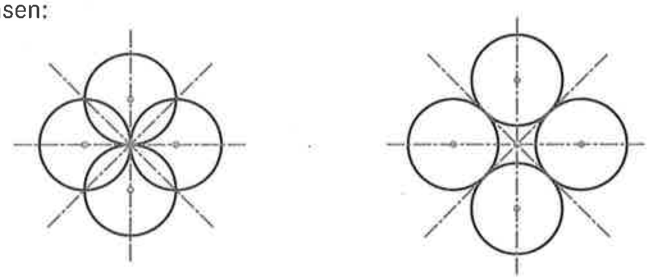
b Beispiele mit zwei Achsen:



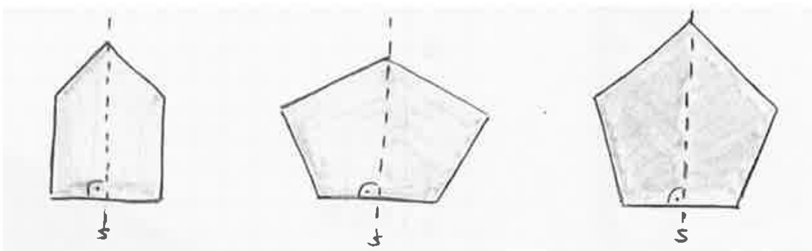
c Beispiele mit drei Achsen:



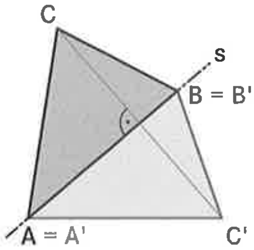
d Beispiele mit vier Achsen:



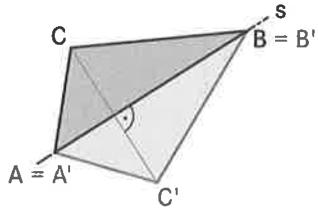
B167 Eine Seite muss senkrecht zur Achse stehen. Drei Beispiele.



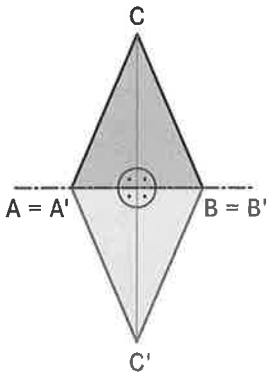
B168



Es entsteht ein Drachenviereck.

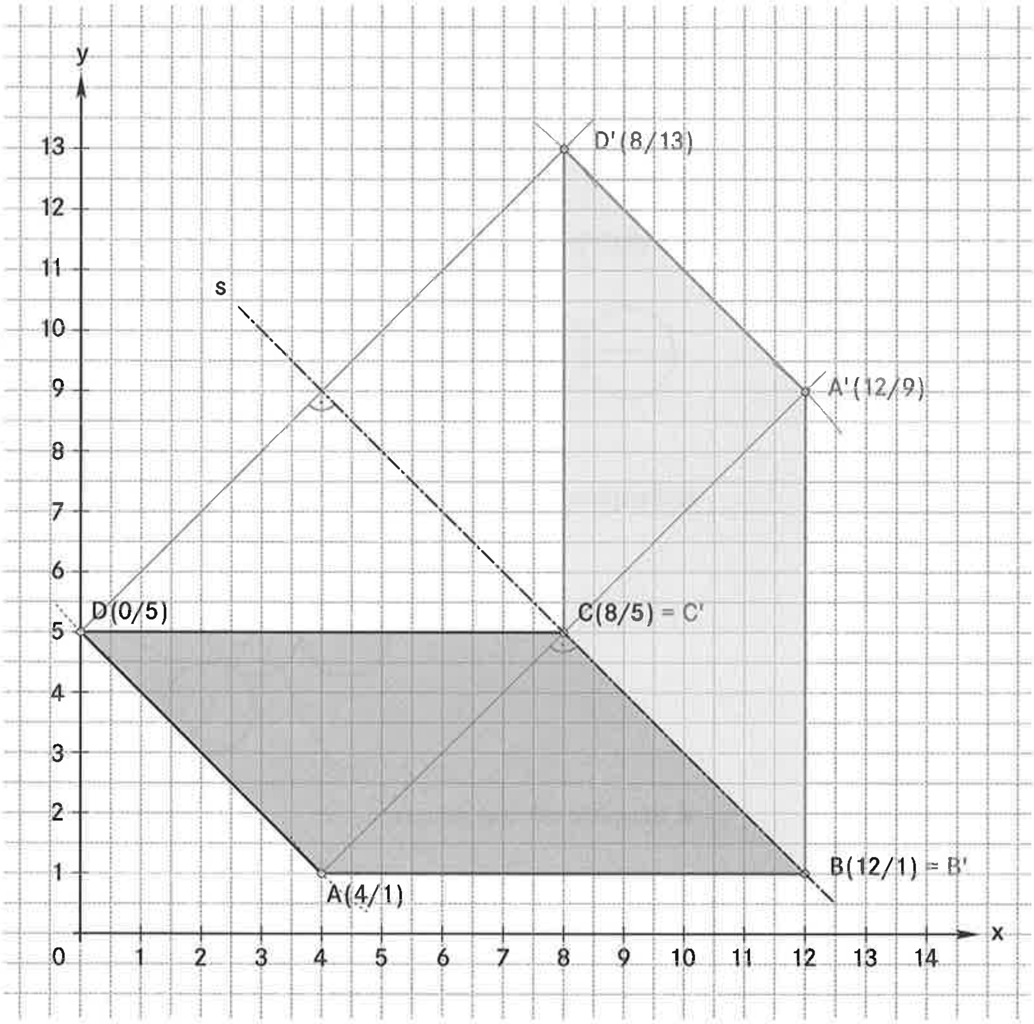


B169 **a** Nein, dies ist kein Zufall. Jedes beliebig gewählte Dreieck (also auch ein stumpfwinkliges oder ein rechtwinkliges) führt bei Spiegelung an einer Seite auf ein Drachenviereck. Es ist charakteristisch für ein Drachenviereck, dass es aus zwei zueinander symmetrischen Hälften besteht.



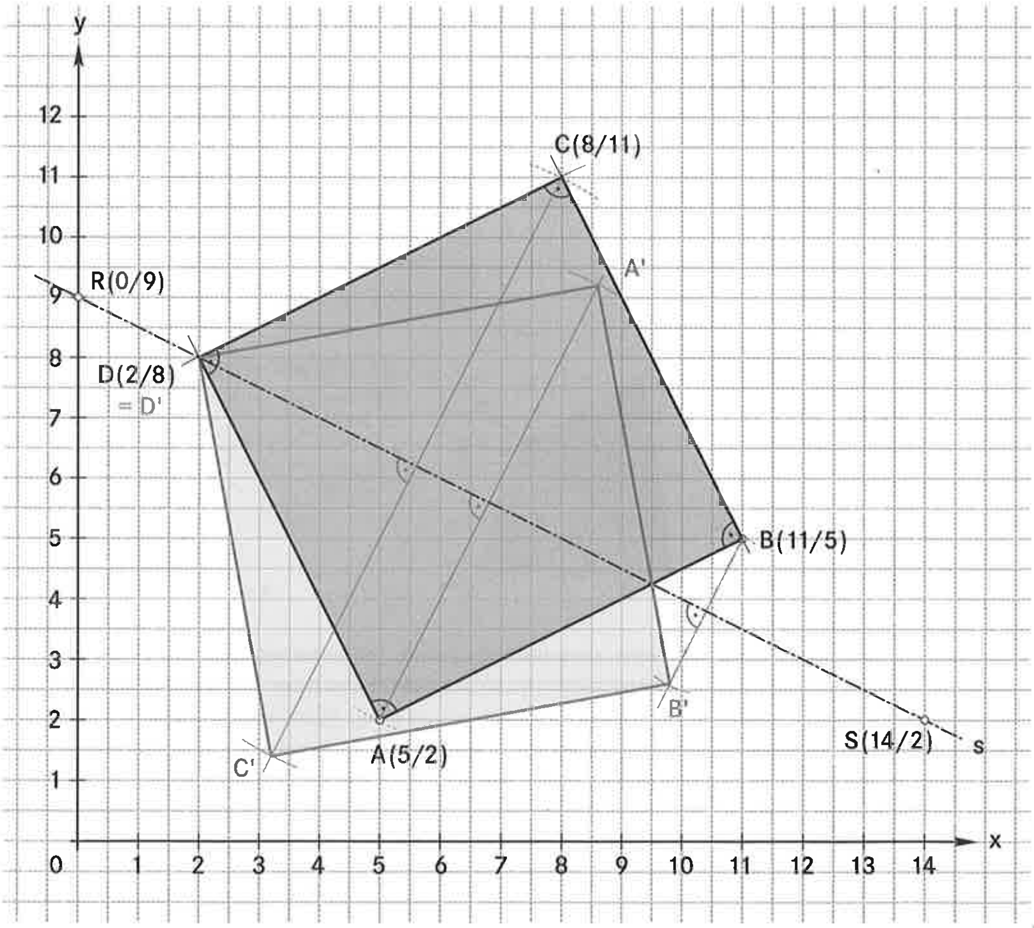
b Ein gleichschenkliges Dreieck müsste an der Basisseite gespiegelt werden. Eine Spiegelung an einem Schenkel führt zu einem allgemeinen Drachenviereck.

B170



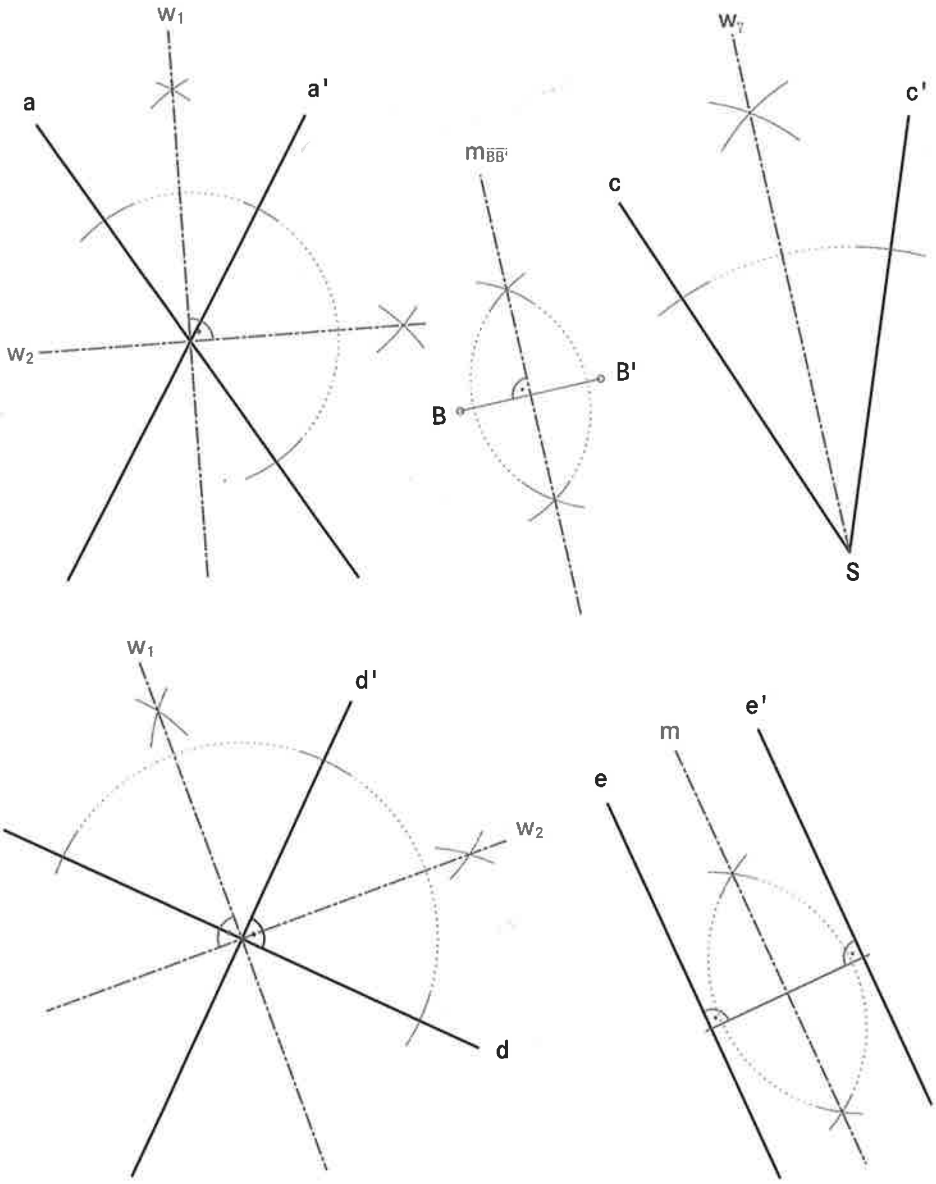
y
x
s
D'(8/13)
A'(12/9)
D(0/5)
C(8/5) = C'
B(12/1) = B'
A(4/1)

B171

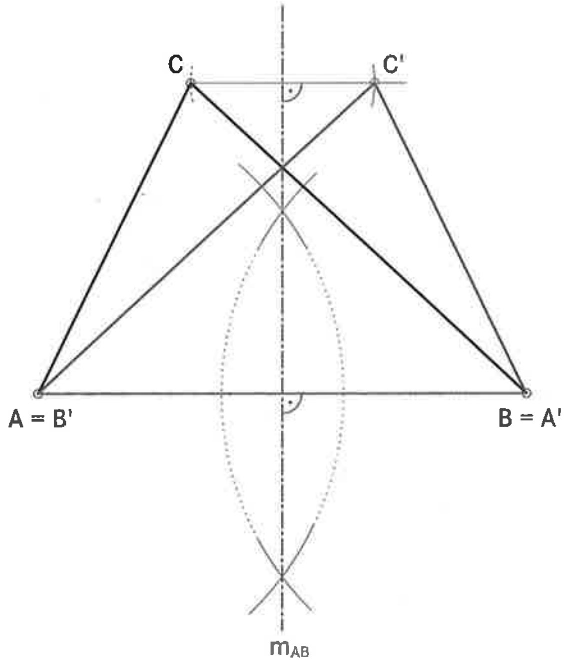


y
x
C(8/11)
A'
R(0/9)
D(2/8)
= D'
B(11/5)
B'
S(14/2)
s
C'
A(5/2)

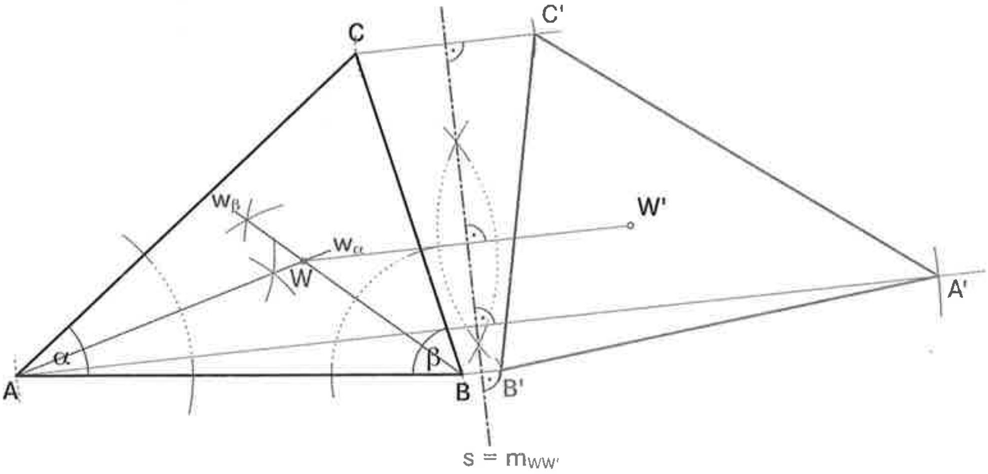
B172



B173 Ein Beispiel:

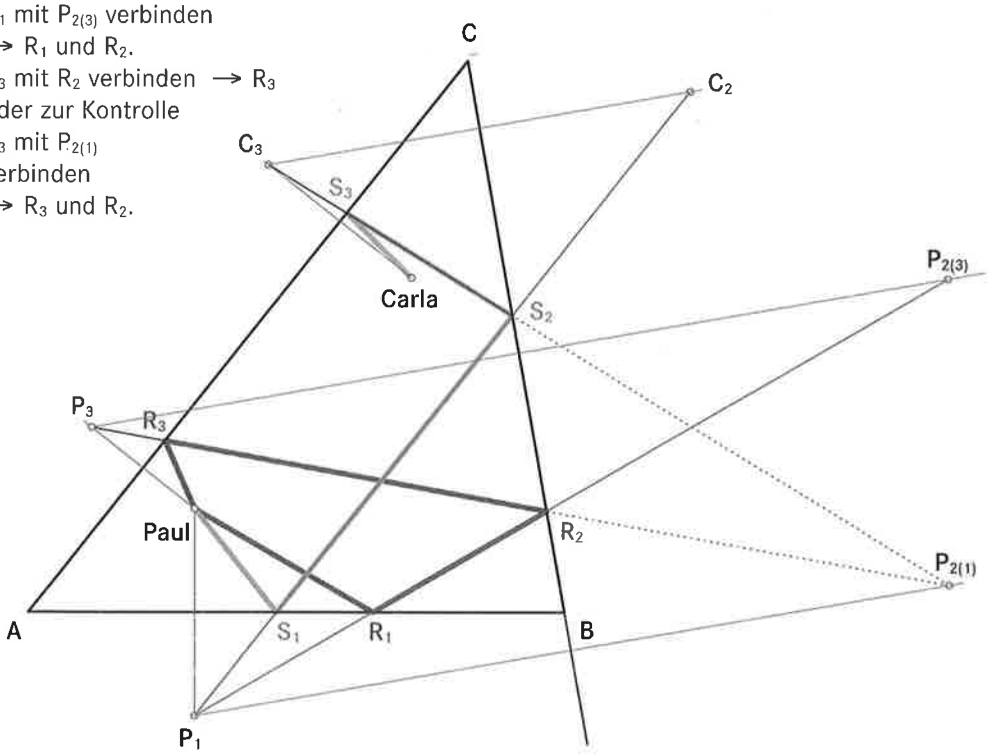


B174 Konstruktionsbericht:
- Winkelhalbierende w_α schneiden mit der Winkelhalbierenden w_β ⟶ W.
- Mittelsenkrechte $m_{WW'}$ von WW' ist Spiegelachse s: $s = m_{WW'}$.
- ABC an $m_{WW'}$ spiegeln ⟶ A'B'C'.



B175 Am einfachsten «von vorne» und «von hinten» beginnen.

Konstruktionsbericht:
- P(=Paul) an AB spiegeln ⟶ P_1.
- P_1 an (BC) spiegeln ⟶ $P_{2(1)}$ (Kontrolle).
- P(=Paul) an AC spiegeln ⟶ P_3.
- P_3 an BC spiegeln ⟶ $P_{2(3)}$.
- P_1 mit $P_{2(3)}$ verbinden
  ⟶ R_1 und R_2.
- P_3 mit R_2 verbinden ⟶ R_3
  oder zur Kontrolle
  P_3 mit $P_{2(1)}$
  verbinden
  ⟶ R_3 und R_2.



B176 Konstruktionsbericht:
- P(=Paul) an AB spiegeln ⟶ P_1.
- P_1 an (BC) spiegeln ⟶ $P_{2(1)}$ (Kontrolle).
- C(=Carla) an AC spiegeln ⟶ C_3.
- C_3 an BC spiegeln ⟶ C_2.
- P_1 mit C_2 verbinden ⟶ S_1 und S_2.
- C_3 mit S_2 verbinden ⟶ S_3
  oder zur Kontrolle
  C_3 mit $P_{2(1)}$ verbinden ⟶ S_3 und S_2.

B2 Punktsymmetrie – Punktspiegelung

Kurzinfo zu M.C. Escher siehe Lösungen **A51** S.81.

B21 -

B22 Wenn du das Buch auf den Kopf drehst, so hast du wieder dieselben Figuren vor dir. Beim Ying-Yang sind dann allerdings die Farben vertauscht. Auch beim Renault-Zeichen steht der Farbverlauf (hell-dunkel) auf dem Kopf, die Form bleibt aber exakt dieselbe.

B23 Beispielsweise: eine «Hälfte» zeichnen, dann kopieren und «verkehrt herum» mit der gezeichneten Hälfte zusammenkleben.
Oder Transparentpapier benützen.

B24 Dies kann je nach Kartenhersteller leicht variieren.

Beim abgebildeten Kartenset sind die folgenden Karten exakt punktsymmetrisch:

Rosen:	König, Ober, Under
Schilten:	König, Ober
Eicheln:	Ass, König, Ober, Under
Schellen:	König, Ober, Under

Kleine «Fehler», die nur beim aufmerksamen Betrachten auffallen, haben folgende Karten:

Rosen:	Banner, 9, 8, 6
Schilten:	Under, Banner
Eicheln:	Banner, 8,6
Schellen:	Ass, Banner, 8

Alle andern Karten haben grosse, gut sichtbare «Fehler» in Bezug auf die Punktsymmetrie.

B25 -

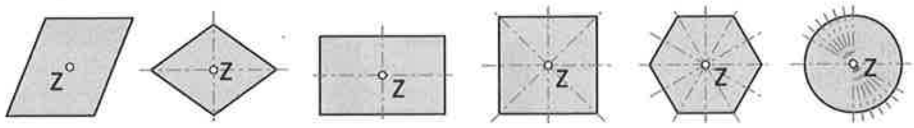
B26 Bei allen Bannern ist der Griff auf der einen Seite schattiert. Tamara ordnet die Banner zu Beginn so ein, dass die Schattierung bei allen auf der gleichen Seite ist. Nachdem sie die von Sandro gewählte Karte in die Runde gezeigt hat, steckt sie diese verkehrt herum wieder ein.

Liste aller Verkehrssignale unter www.admin.ch/ch/d/sr/7/741.21.de.pdf

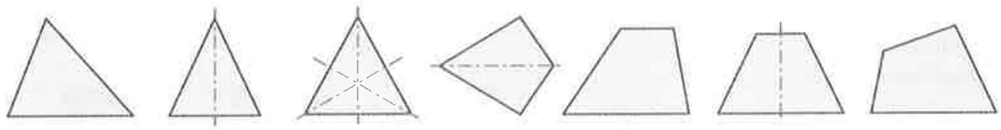
B27 **a** -

b Alle Verkehrszeichen, die punktsymmetrisch sind, sind auch achsensymmetrisch. Es sind dies: Fahrverbot, Einbahn, freie Fahrt, Halteverbot, Parkverbot, Vorfahrt, Ende Vorfahrt, Andreaskreuz.

B28 Rhomboide, Rhomben, Rechtecke, Quadrate, regelmässige Sechsecke, (Achtecke, Zehnecke, usw.) und Kreise sind immer punktsymmetrisch.



Dreiecke sind nie punktsymmetrisch. Auch allgemeine Drachenvierecke sowie allgemeine und gleichschenklige Trapeze und allgemeine Vierecke sind nicht punktsymmetrisch.



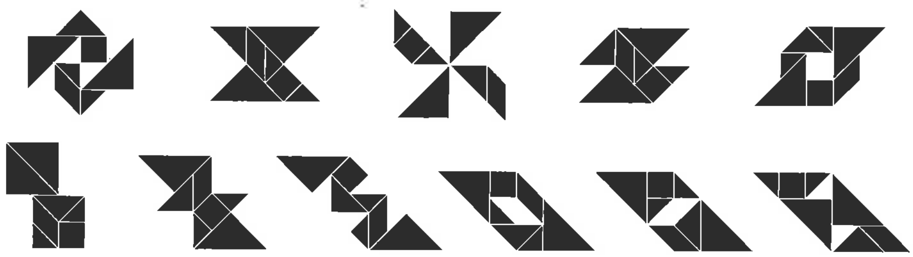
B29 **a** H, I, N, O, S, X, Z

b Alle Buchstaben, die 2 Achsen haben, sind punktsymmetrisch. Es sind dies: H, I, O und X. N, S und Z haben keine Achse.
Es gibt keinen Buchstaben, der genau eine Achse hat und punktsymmetrisch ist.

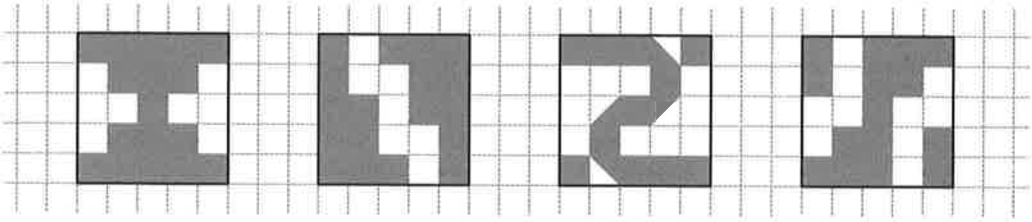
B210 Arbeitsblatt

B211 falsch | falsch | falsch | richtig | richtig | richtig

B212

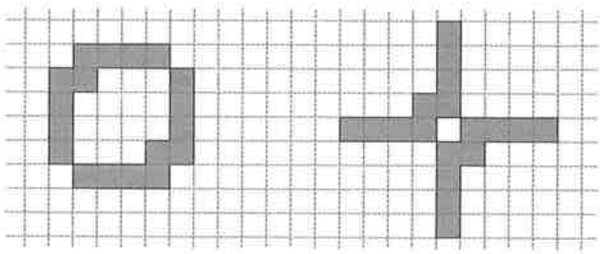


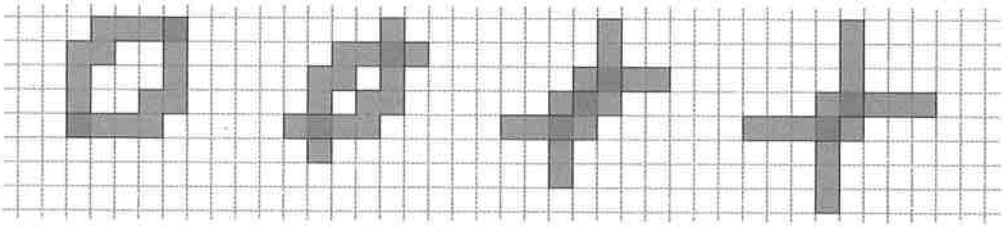
B213 Es gibt verschiedene Möglichkeiten. Hier je ein Beispiel:



B214 Nur diese beiden Ergänzungen sind möglich (rechts). Alle andern lassen sich durch Drehen in diese überführen.

Vier verschiedene Ergänzungen sind möglich (unten). Alle andern lassen sich durch Drehen in diese überführen.



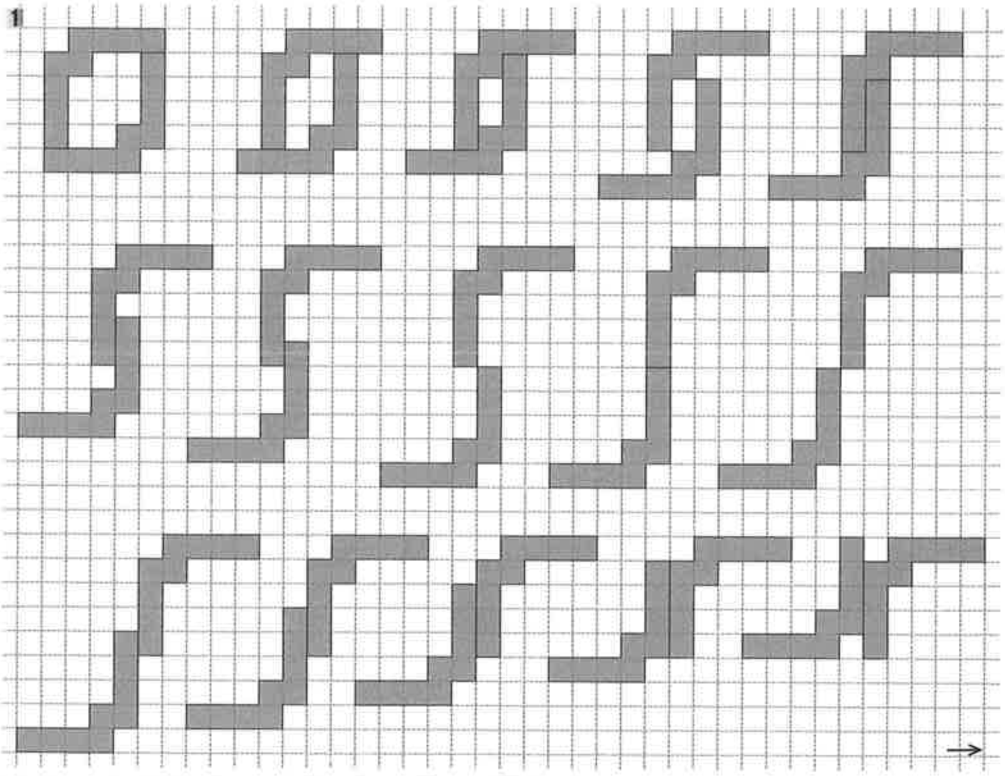


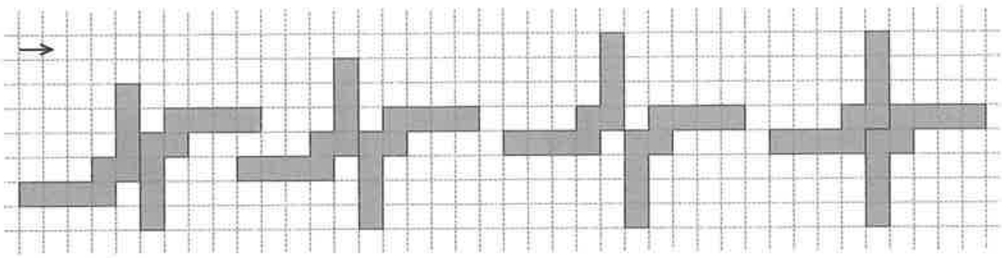
Für Interessierte:

Es gibt insgesamt 19 Möglichkeiten (4 sind auf der nächsten Seite). Sie lassen sich finden, indem man eines der Teile um das andere herum wandern lässt.

Alle andern Ergänzungen lassen sich durch Drehen und Spiegeln in die abgbildeten überführen.

1



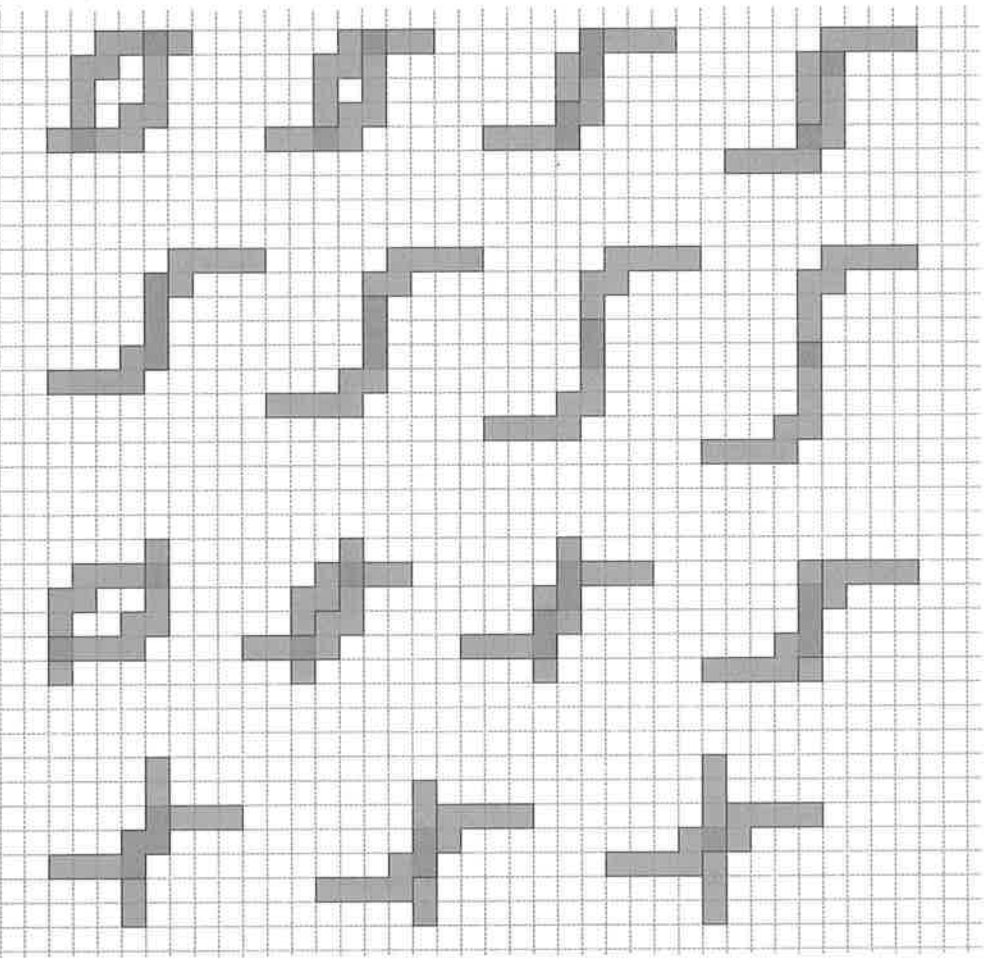


Für Interessierte:

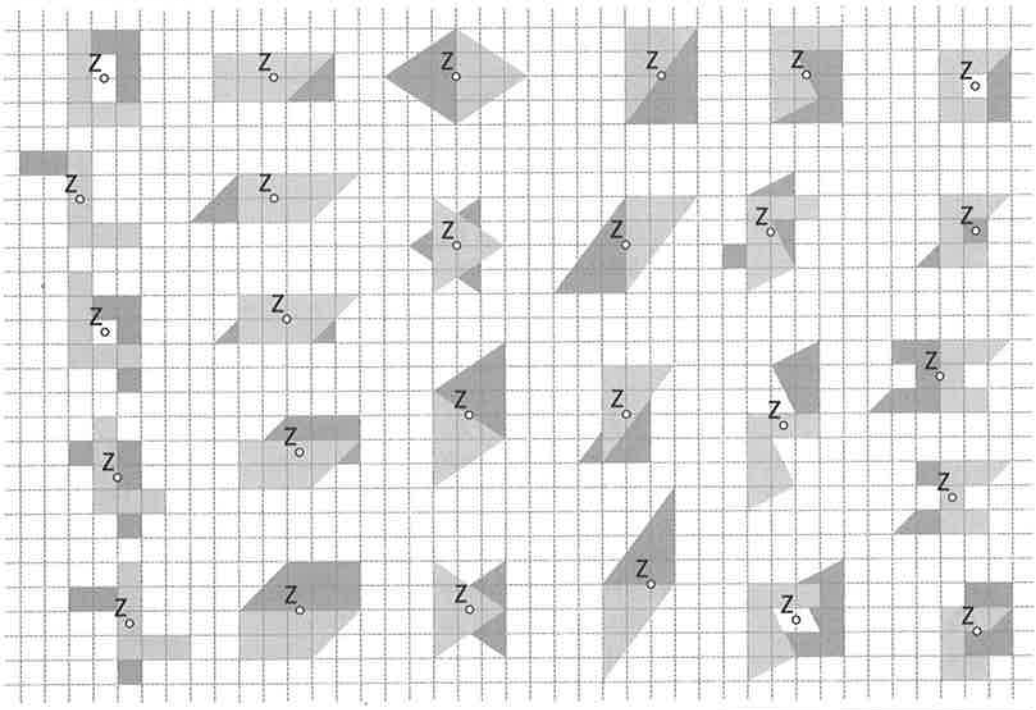
Hier gibt insgesamt nur 15 verschiedene Möglichkeiten.

Diese lassen sich wiederum finden, indem man strategisch vorgeht und eines der M-Elemente «über das andere M hinweg» wandern lässt: Wir haben der Reihe nach Feld 1, 2, 3, ...des unteren Ms über den ganzen andern M gleiten lassen - und dabei nur diejenigen Figuren abgebildet, die nicht schon vorhanden sind, bzw. nicht durch vorhandene mit Drehen und Spiegeln erhalten werden können.

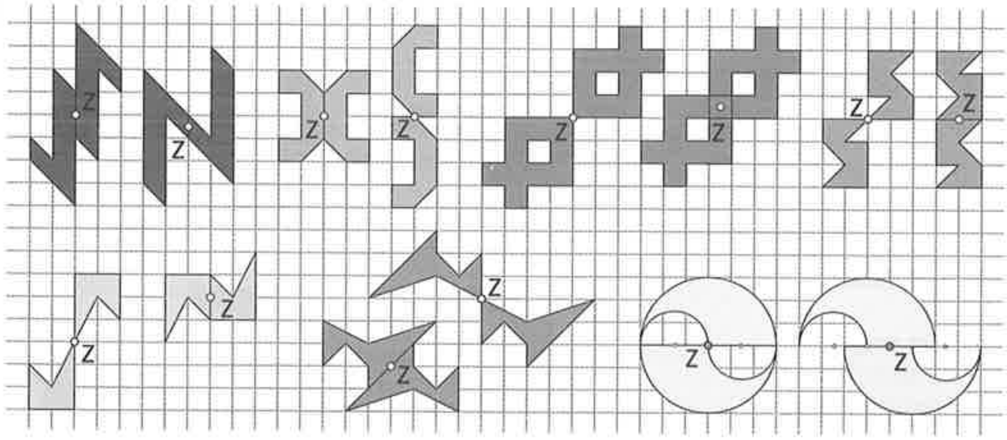
■ 2



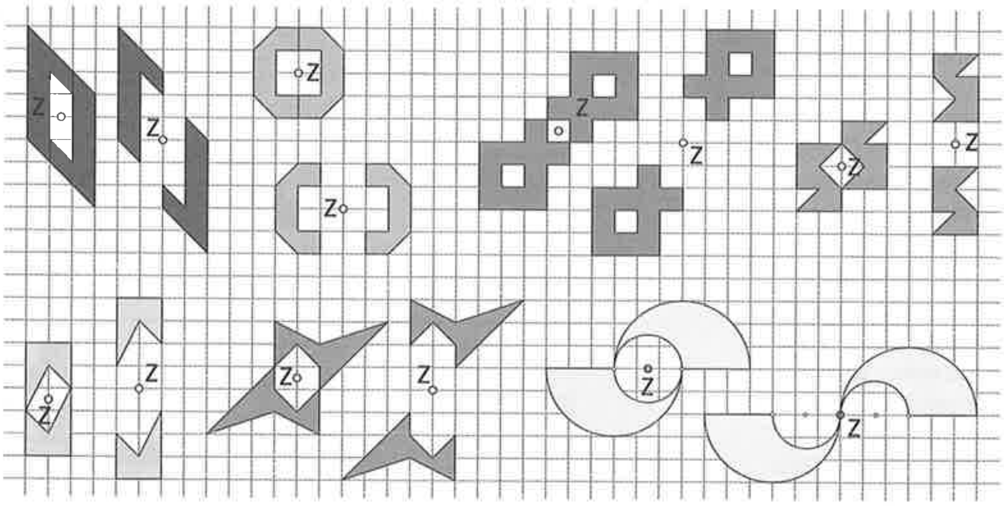
B215 Einige Beispiele:



B216 a



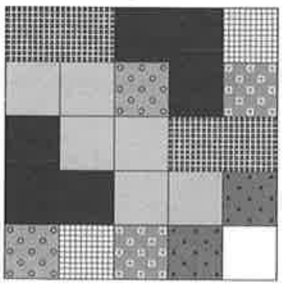
b



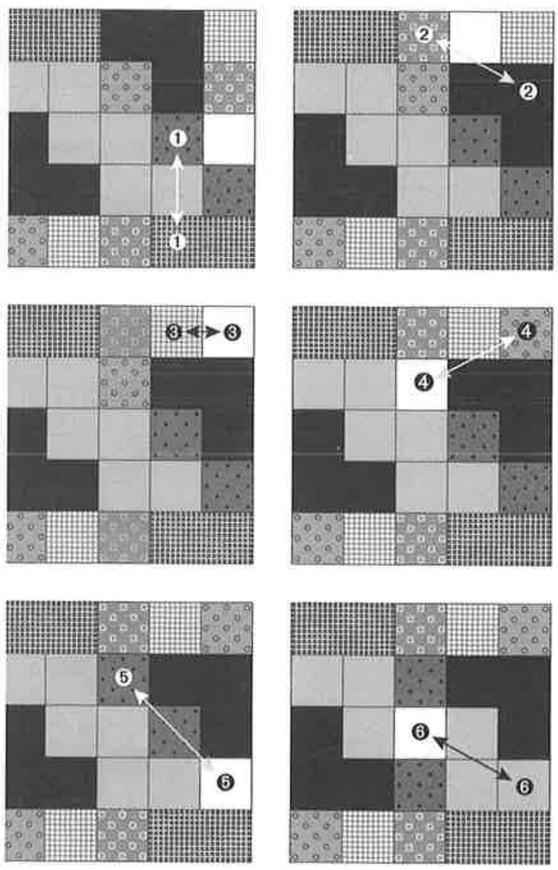
Die erste Figur eines Paares ergibt jeweils eine zusammenhängende punktsymmetrische Figur, die zweite punktsymmetrische Figur besteht aus zwei nicht zusammenhängenden Teilen.

B217 -

B218 a Ausgangsfigur mit Muster:



Beispiel mit sechs Schritten. Nummeriert sind die Teile, die vertauscht wurden:



b -

c
1. Das Loch muss am Schluss in der Mitte sein, da es nur einmal vorhanden ist.
2. Da die Einzelquadrätchen leicht vertauschbar sind, ist es ratsam, zuerst die zusammengesetzten Bauteile – also die Winkel und die Balken – in eine zueinander punktsymmetrische Position zu bringen.

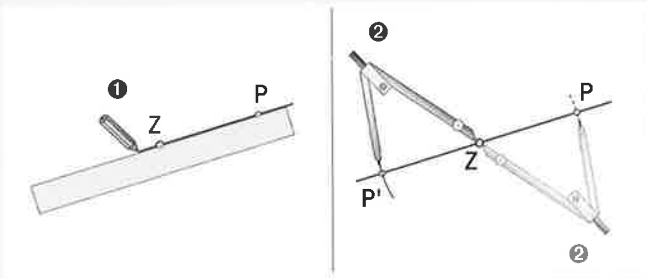
d Alle Teilfiguren müssen **paarweise** vorhanden sein. Sind einzelne Bauteile nur einmal oder eine ungerade Anzahl mal vorhanden, so verunmöglicht dies eine Lösung.

P —Z→ P'

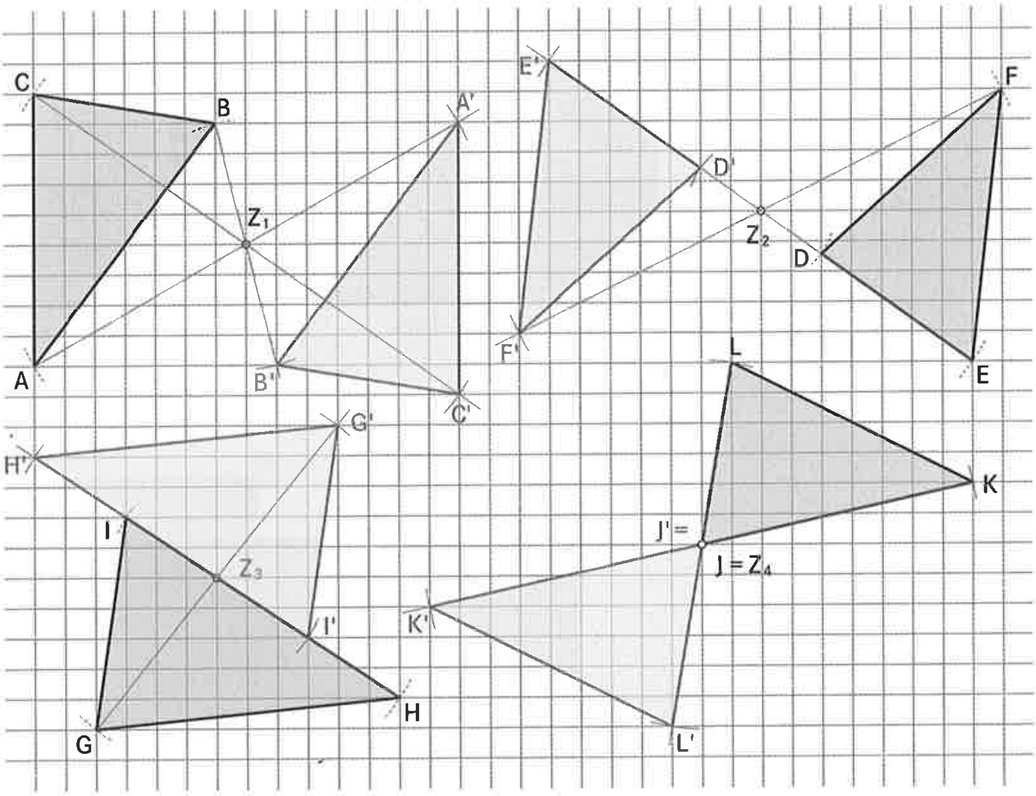
B219 **Punkt P an einem Zentrum Z spiegeln**

❶ Gerade durch P und Z ziehen.
❷ ZP mit dem Zirkel von Z aus auf die andere Seite abtragen → P'.

formal:
k(Z, r = ZP) ∩ (ZP) → P'



B220

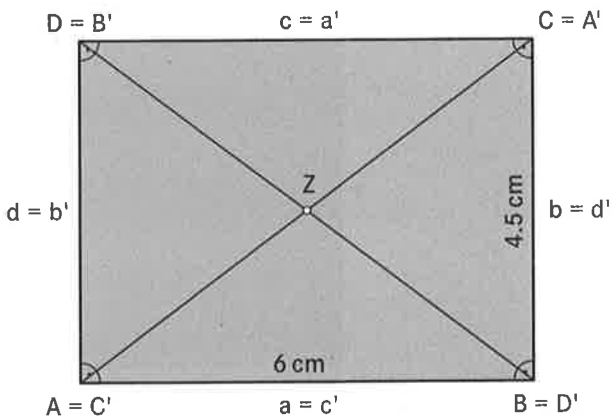


B221 **a** Original- und Bildfigur haben die genau gleiche Form, sie sind **deckungsgleich (kongruent).** Ihre Eckenbeschriftungen haben den **gleichen Umlaufsinn.**
b Original- und Bildstrecke liegen immer **parallel zueinander** und sind **gleich lang**:
A'B' // AB und Länge von A'B' = Länge von AB.
c Bei der Punktspiegelung gibt es nur **einen einzigen Fixpunkt**, das Zentrum Z: Z' = Z.

B222 Arbeitsblatt

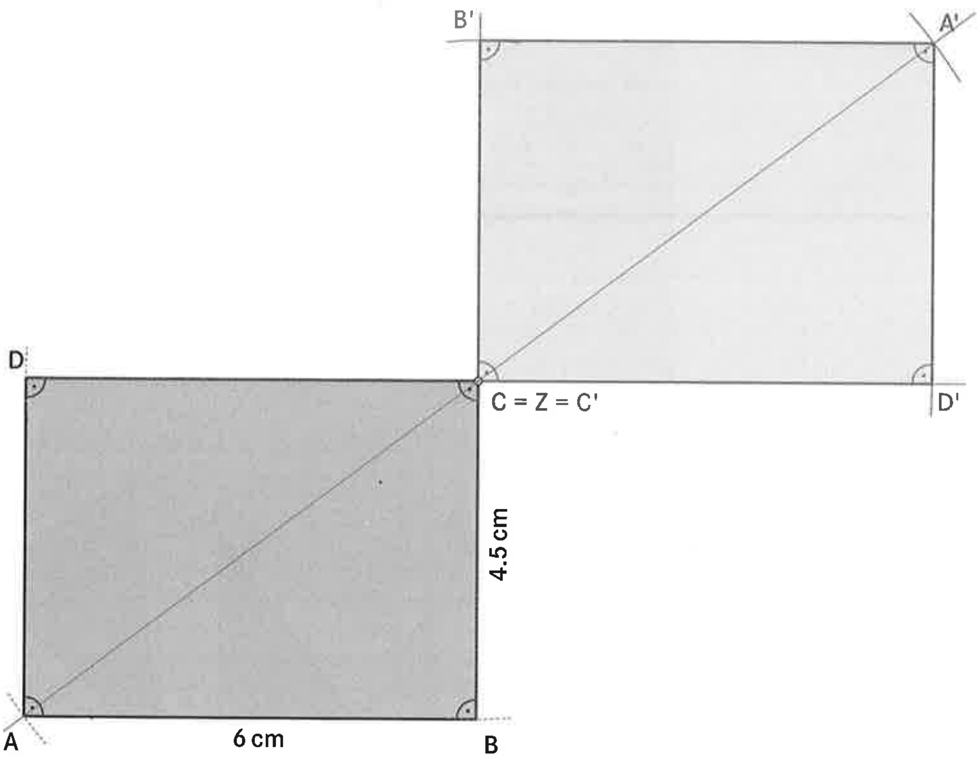
B223 Die Lösungen von **a**, **b** und **c** sind auf der nächsten Seite.

d Lösung nebenan.

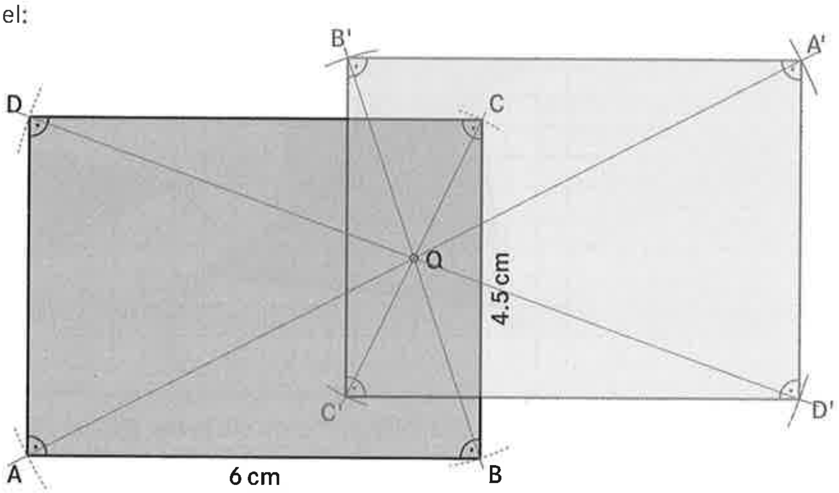


→

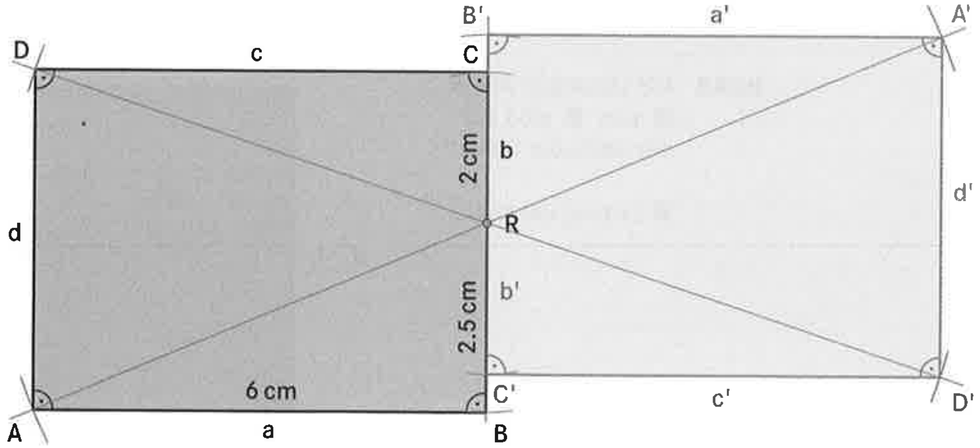
→ a



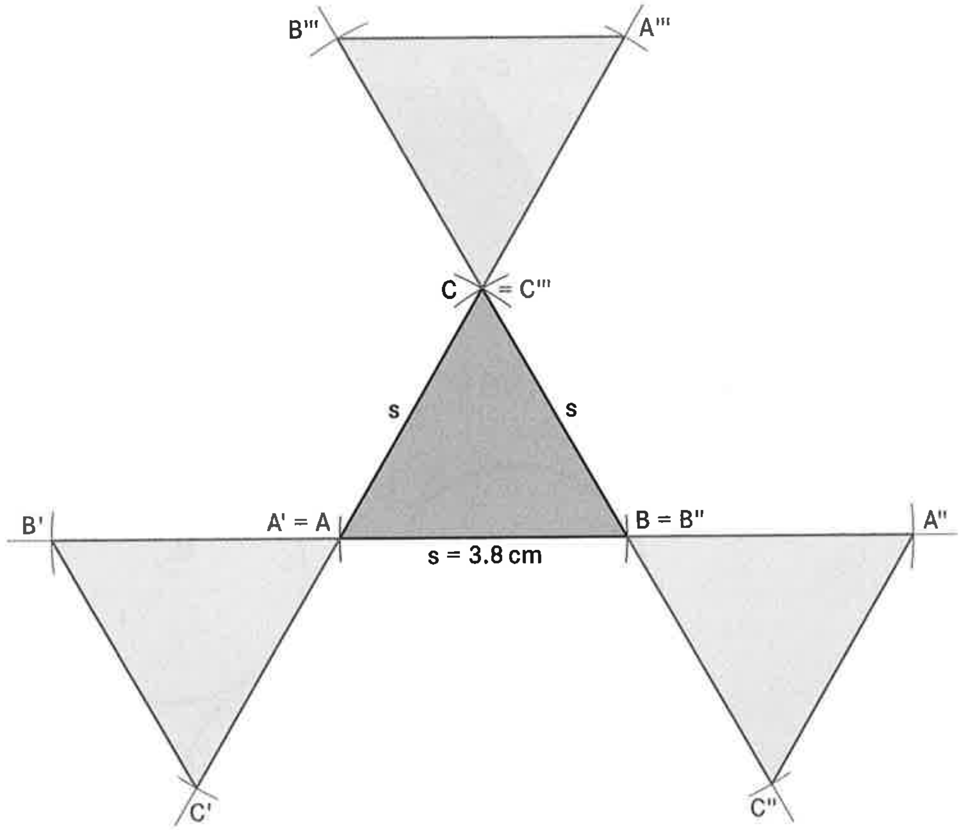
b Beispiel:



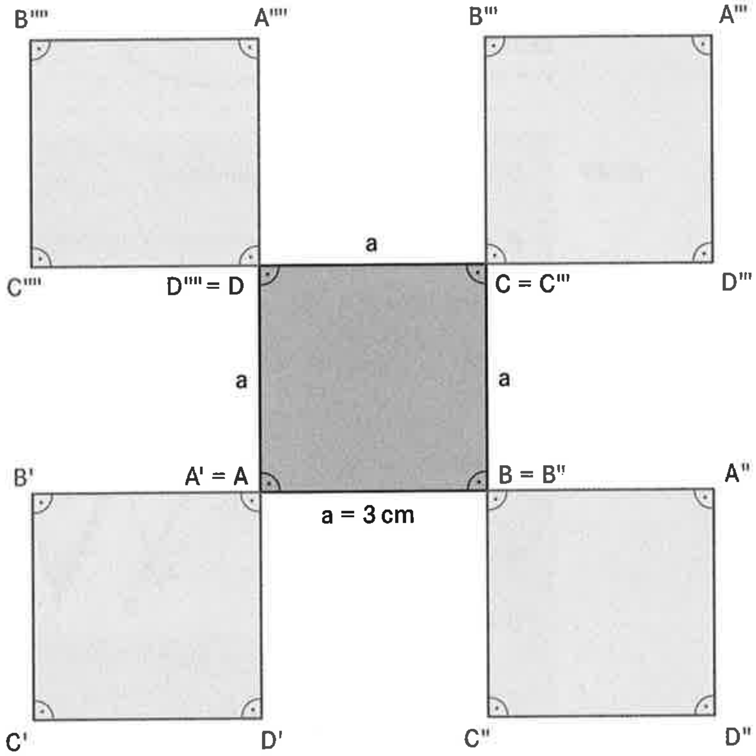
c



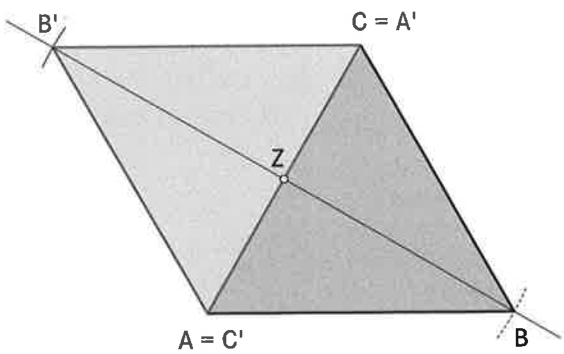
B224 ■



b

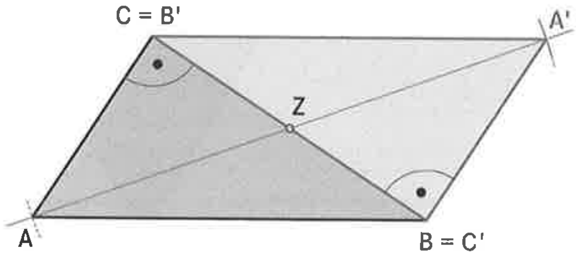


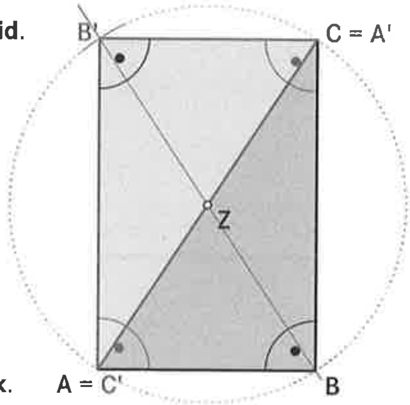
B225 ■ Original- und Bildfigur bilden zusammen einen **Rhombus**.



→

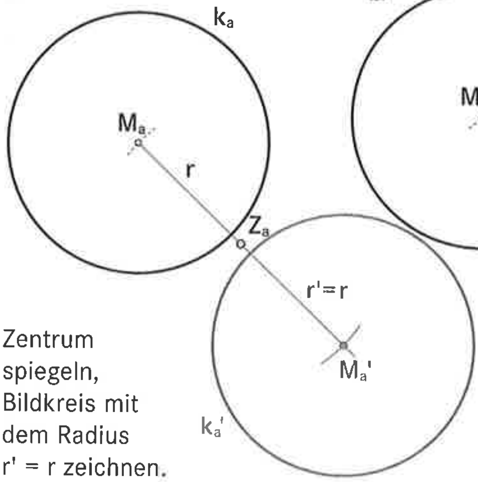
→ ■ Original- und Bildfigur bilden zusammen ein **Rhomboid**.



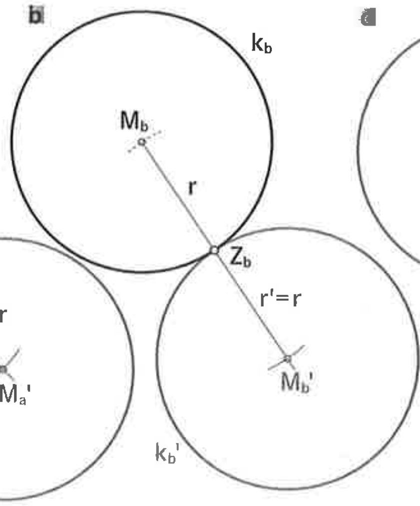


■ Original- und Bildfigur bilden zusammen ein **Rechteck**.

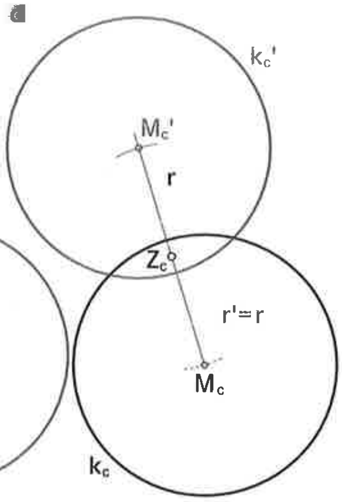
B226 ■



b



■



Zentrum spiegeln, Bildkreis mit dem Radius r' = r zeichnen.

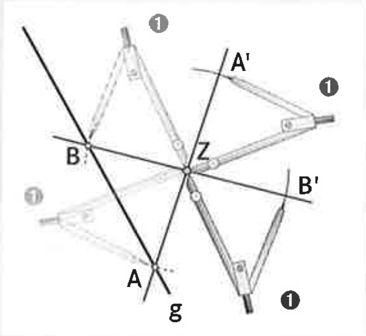
g —Z→ g'

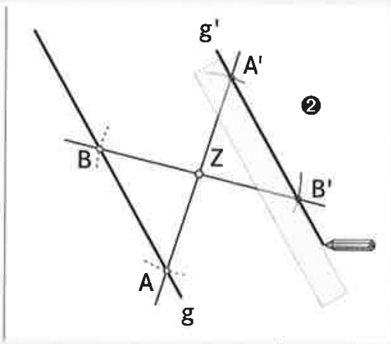
B227 **Gerade g am Punkt Z spiegeln**

■ Mit Hilfe von zwei beliebigen Punkten

❶ Zwei Punkte A, B auf g wählen und an Z spiegeln → A', B'.
❷ A' und B' verbinden → g'.

formal:
❶ A, B ∈ g —Z→ A', B'
❷ g' = (A'B')



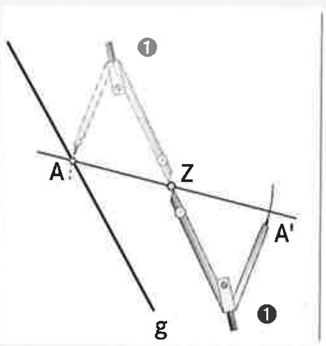


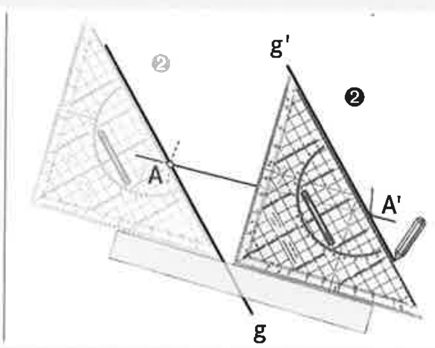
g und g' sind parallel. A' → B' ist entgegengesetzt zu A → B.

■ Mit Hilfe der Parallelität

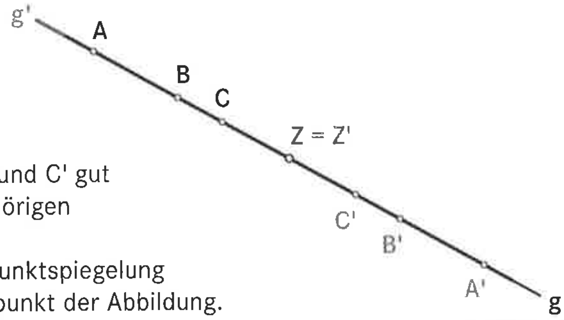
❶ Punkt A auf g wählen und an Z spiegeln → A'.
❷ Parallele zu g durch A' legen → g'.

formal:
❶ A ∈ g —Z→ A'
❷ g' // g durch A'



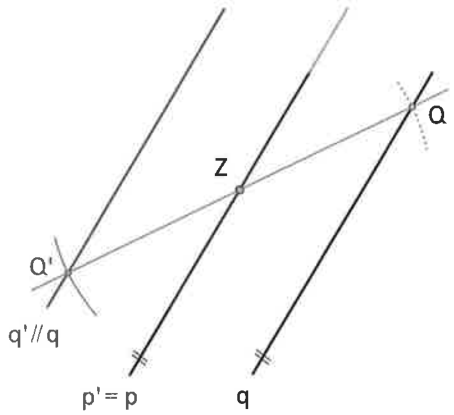


B228 a) Die Bildgerade g' fällt mit der Originalgeraden g zusammen.

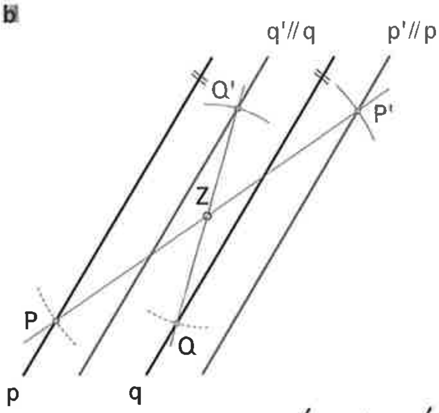


b) Es handelt sich um eine **Fixgerade** und nicht um eine Fixpunktgerade.
Dies wird anhand der Bildpunkte A', B' und C' gut sichtbar: Sie fallen **nicht** mit den zugehörigen Originalpunkten A, B und C zusammen.
Nur der Spiegelpunkt Z bleibt bei der Punktspiegelung an Ort und Stelle; er ist der einzige Fixpunkt der Abbildung.

B229 a)

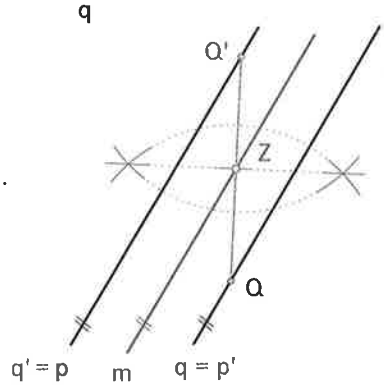


b)



c) Das Spiegelzentrum Z muss **irgendwo auf der Mittelparallelen m** von p und q liegen. Es gibt also **unendlich viele Spiegelzentren**, die q auf p abbilden: Jeder Punkt der Mittelparallelen m ist ein mögliches Zentrum.

Um ein solches Spiegelzentrum zu konstruieren, genügt es, einen beliebigen Punkt Q auf der Geraden q und einen beliebigen Punkt Q' auf der Geraden p = q' zu wählen.
Die Mitte der Strecke QQ' ist dann Z.



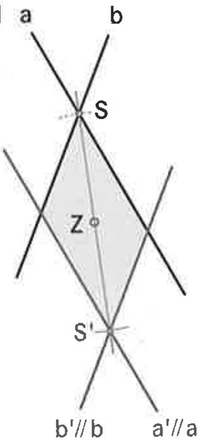
B230 a) Es entsteht ein **Rhomboid** (Abbildung rechts).
Zur Konstruktion: Am effizientesten ist es, den Schnittpunkt S der beiden Geraden a und b zu spiegeln – und dann die Bildgeraden a' und b' durch paralleles Veschieben zu konstruieren.

b) Damit die Originalgeraden **a und b** nach einer Punktspiegelung an Z zusammen mit den Bildgeraden a' und b' ein Rechteck bilden, **müssen** sie **senkrecht zueinander stehen:** $a \perp b$

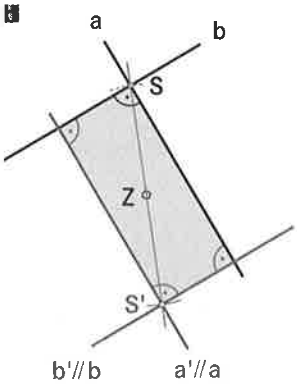
c) Die Geraden a, b, a' und b' bilden dann zusammen einen Rhombus, wenn **Z auf der Winkelhalbierenden w von a und b** liegt.

d) Ein Quadrat entsteht dann, wenn die beiden Originalgeraden **a und b senkrecht zueinander stehen** – und wenn das Spiegelzentrum **Z gleichzeitig auf der Winkelhalbierenden von a und b liegt.**
(Ein Quadrat ist ein spezielles Rechteck – und auch ein spezieller Rhombus. Deshalb müssen beide Bedingungen erfüllt sein.)

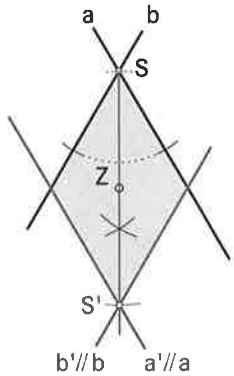
a)



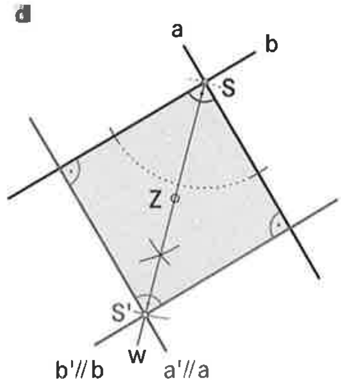
b)



c)



d)

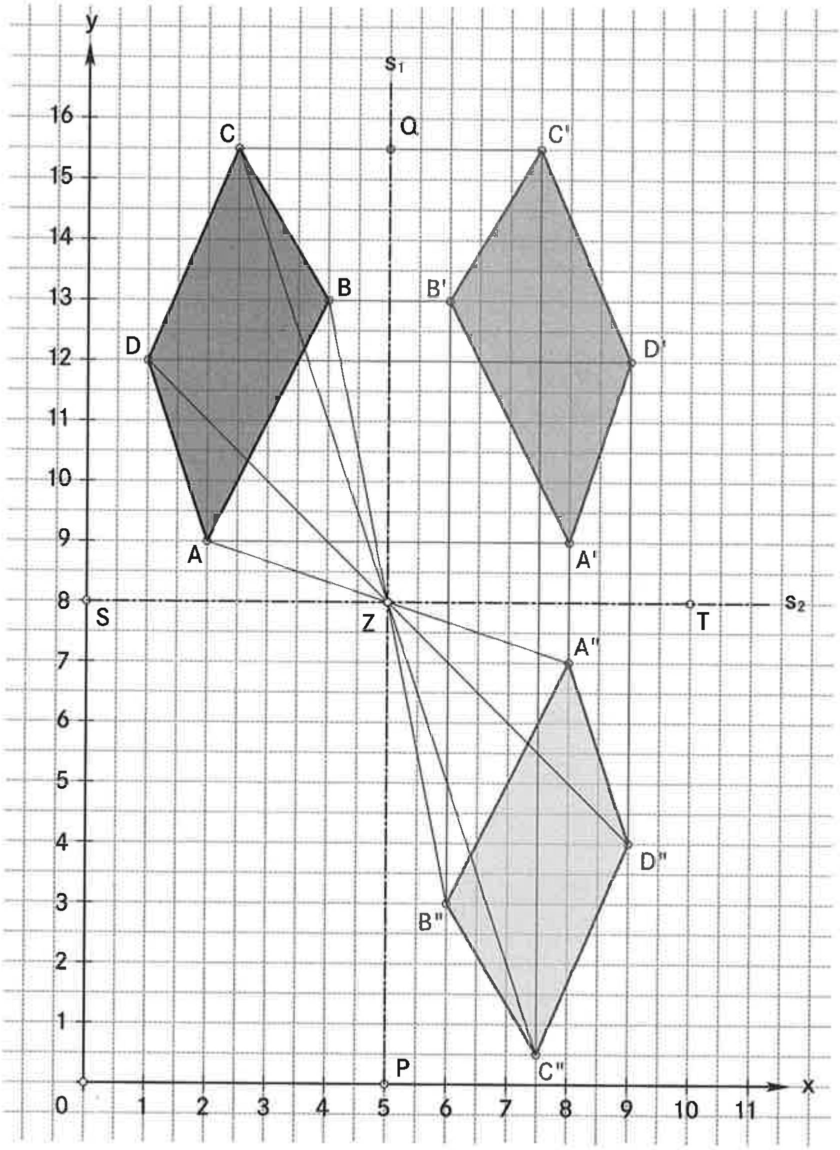


B231 a nebenan

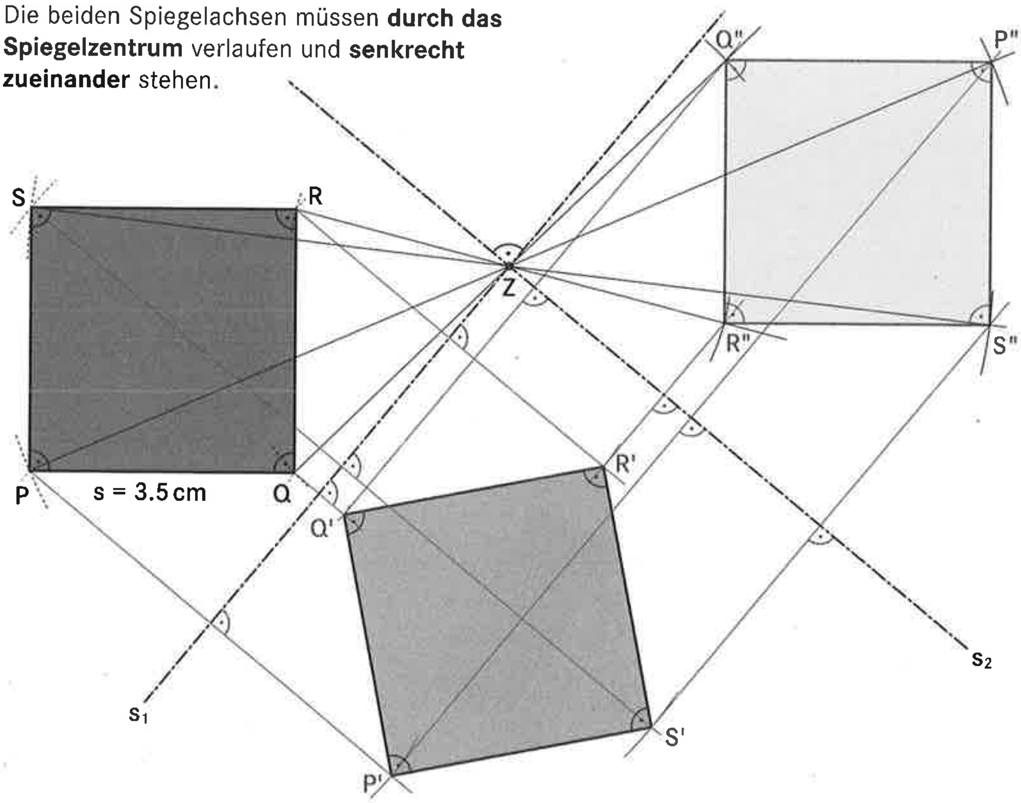
b Alle Verbindungslinien AA", BB", CC" und DD" schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt Z.

Dieser Punkt Z ist das Spiegelzentrum für eine Punktspiegelung, die ABCD auf A"B"C"D" abbildet.

c nebenan



B232 Die beiden Spiegelachsen müssen **durch das Spiegelzentrum** verlaufen und **senkrecht zueinander** stehen.

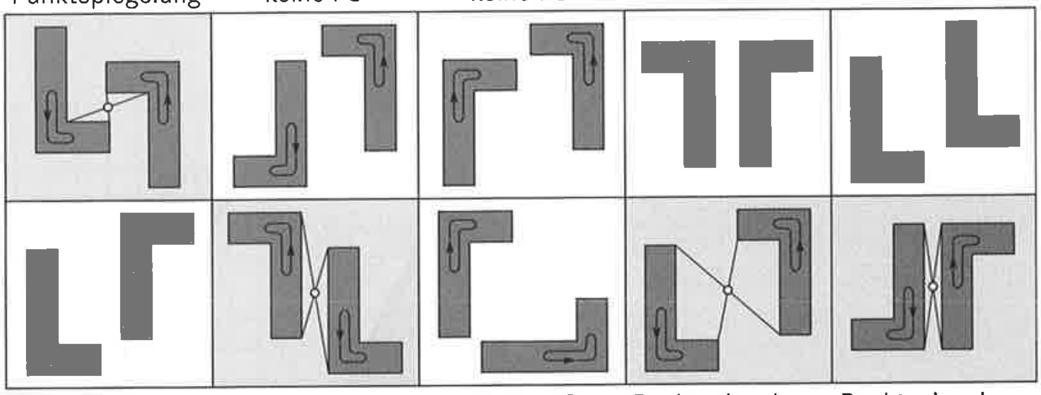


B233 1. Die beiden Spiegelachsen müssen **durch das Spiegelzentrum** verlaufen.
2. Die beiden Spiegelachsen müssen **senkrecht zueinander** stehen.

B234 **a** Der Spiegelpunkt ist der Mittelpunkt (= Diagonalenschnittpunkt) des Rechtecks.
b Das Spiegeln erfolgt «an Ort», das heisst am Mittelpunkt des zu spiegelnden Objekts.
c Genau in der Mitte zwischen dem Original- und dem Bildobjekt.
d Eine Punktspiegelung entspricht einer Drehung um 180°.

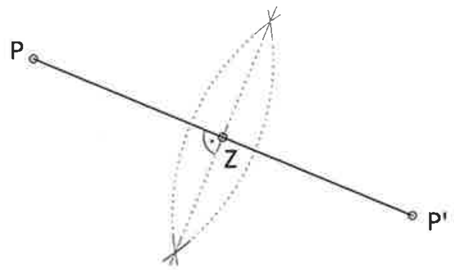
B235 **a und b**
Eine Punktspiegelung liegt dann vor, falls man die eine Figur aus der andern erhalten kann, indem man diese auf den Kopf dreht und verschiebt.
Es liegt sicher **keine Punktspiegelung** vor, wenn der **Umlaufsinn** der beiden Figuren **entgegengesetzt** ist – oder wenn entsprechende **Figurenseiten nicht parallel zueinander** sind.

Punktspiegelung | keine PS | keine PS | keine PS | keine PS



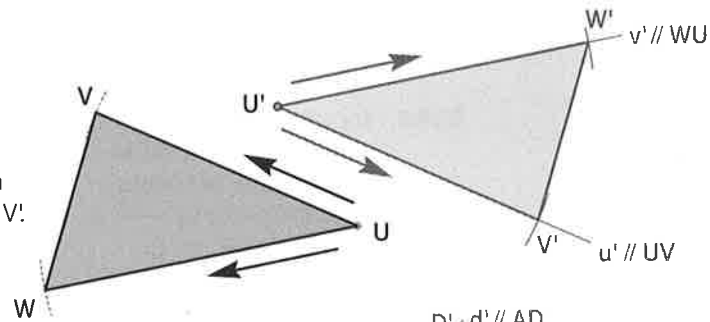
keine PS | Punktspiegelung | keine PS | Punktspiegelung | Punktspiegelung

B236 Das Spiegelzentrum ist der Mittelpunkt der Verbindungsstrecke von P und P'.
Es wird mit Hilfe der Mittelsenkrechten von PP' konstruiert.



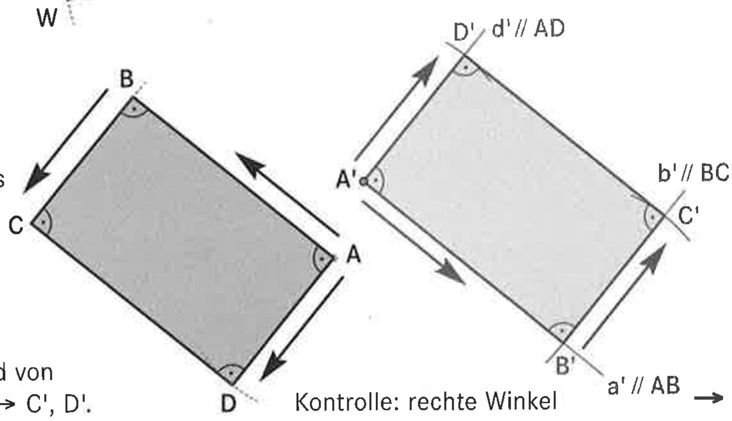
B237 Arbeitsblatt

B238 **a** Konstruktionsbericht:
- Parallele zur Strecke UV durch U' → u'.
- Parallele zur Strecke WU durch U' → v'.
- Länge der Strecke UV von U' aus auf u' abtragen → V'.
- Streckenlänge WU von U' aus auf v' abtragen → W'.

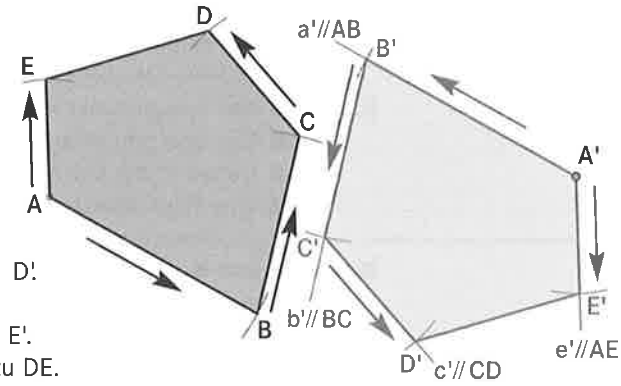


Wir zeigen bei jeder Teilaufgabe ein mögliches Vorgehen.
Es gibt auch andere Lösungswege.

b Konstruktionsbericht:
- Parallele zu AB durch A' → a'.
- Länge von AB von A' aus auf a' abtragen → B'.
- Parallele zu BC durch B' → b'.
- Parallele zu AD durch A' → d'.
- AD von B' aus auf b' und von A' aus auf d' abtragen → C', D'.

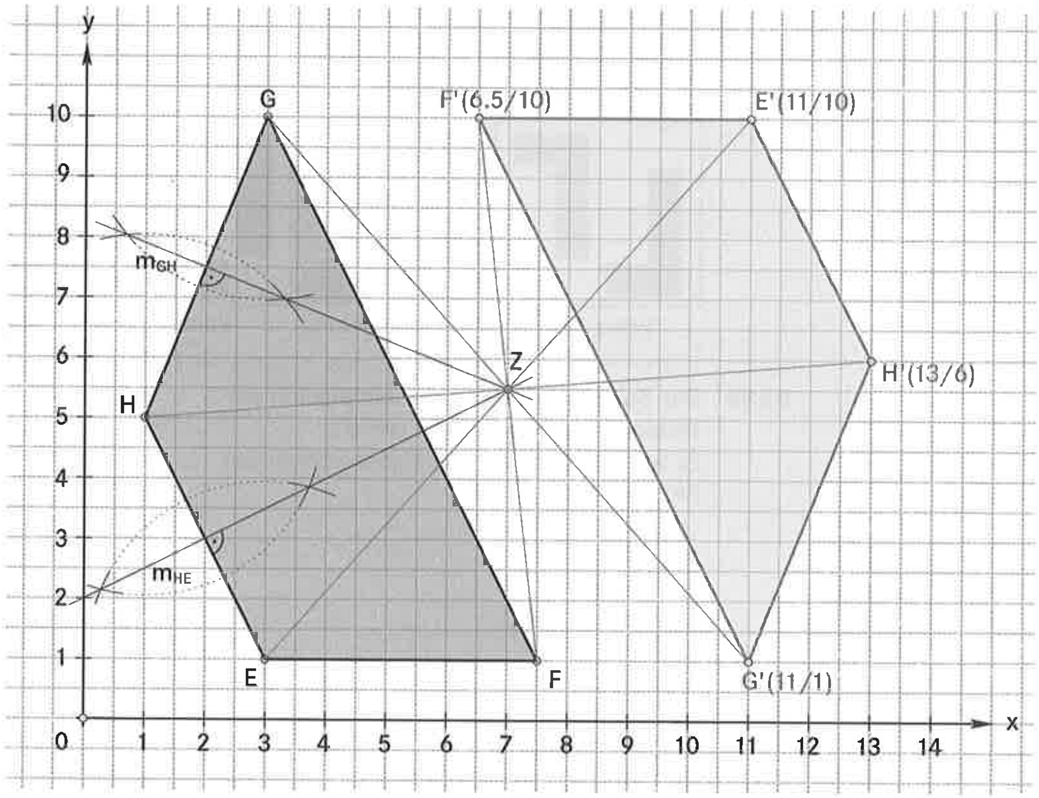


→ ■ Konstruktionsbericht:
- Parallele zu AB durch A' → a'.
- Länge von AB von A' aus auf a' abtragen → B'.
- Parallele zu BC durch B' → b'.
- Länge von BC von B' aus auf b' abtragen → C'.
- Parallele zu CD durch C' → c'.
- CD von C' aus auf c' abtragen → D'.
- Parallele zu AE durch A' → e'.
- AE von A' aus auf e' abtragen → E'.
- Kontrolle: D'E' muss parallel sein zu DE.



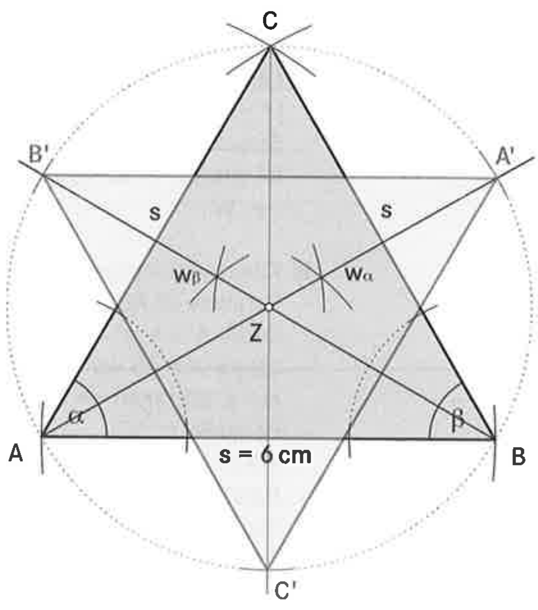
B239 Konstruktionsbericht in Worten:
- Mittelsenkrechte von HE schneiden mit der Mittelsenkrechten von GH → Z.
- EFGH an Z spiegeln → E'F'G'H'.

formal:
- $m_{HE} \cap m_{GH} \rightarrow Z$
- EFGH —Z→ E'F'G'H'



B240 Konstruktionsbericht in Worten:
- Winkelhalbierende w_α schneiden mit Winkelhalbierender w_β → Z.
- Dreieck ABC an Z spiegeln → A'B'C'.

formal:
- $w_\alpha \cap w_\beta \rightarrow Z$
- ABC —Z→ A'B'C'

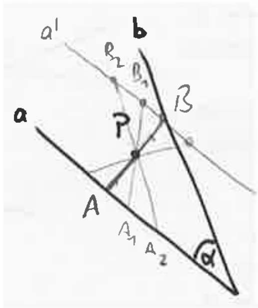


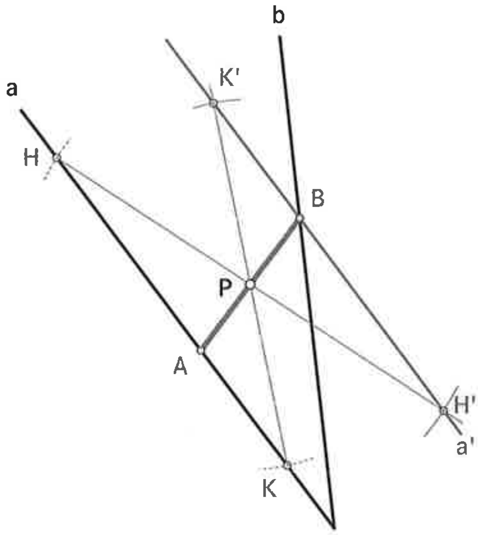
B241 Arbeitsblatt

B242 Die Aufgabe könnte beispielsweise so lauten:
Zeichne ein beliebiges, genug grosses Rechteck ABCD.
Spiegle dieses Rechteck am Schnittpunkt Z der Diagonalen AC mit der Winkelhalbierenden w_β des Winkels bei B.

B243 Da musst du selber durch.

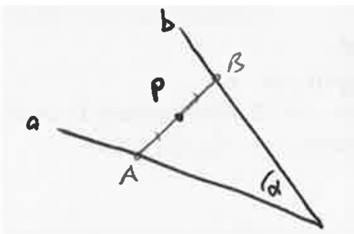
B244 Skizze mit Lösungsidee:
Wenn der eine Endpunkt A der Stecke auf a liegt, so muss der andere Endpunkt B auf dem Bild a' von a unter einer Spiegelung an P liegen. Nur so ist gewährleistet, dass P die Strecke halbiert.

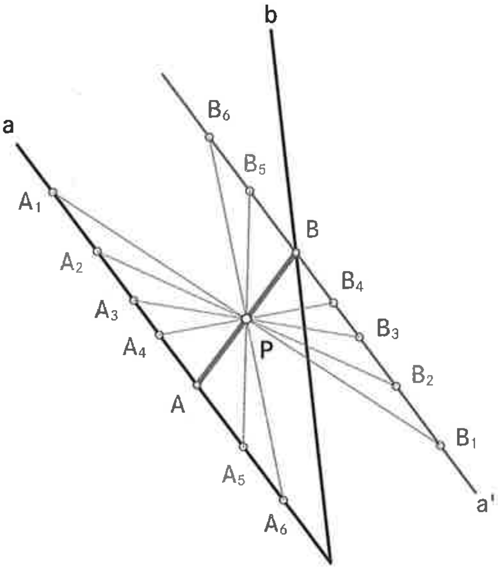




Konstruktionsbericht:
- a an P spiegeln: a —P→ a'.
- a' mit b schneiden: $a' \cap b$ → B.
- B mit P verbinden und mit a schneiden: $(BP) \cap a$ → A.

B245 **a** Skizze:



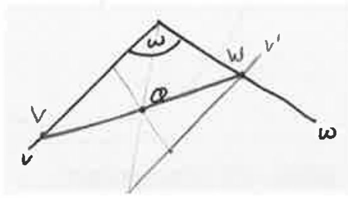


b Die Punkte B_1, B_2, B_3 usw. liegen alle auf derselben Geraden.

c Wenn A irgendwo auf a liegt und P die Strecke AB halbieren soll, so muss B irgendwo auf der Bildgeraden a' liegen, die durch eine Punktspiegelung an P entstanden ist.

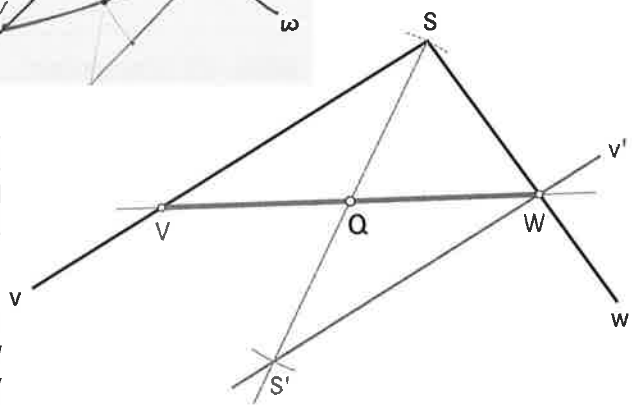
d Weil B auch auf dem Schenkel b liegen muss, kommt für B nur der Schnittpunkt von a' mit b in Frage.

e Skizze mit Lösungsidee:
Beispielsweise Strahl v an Q spiegeln.

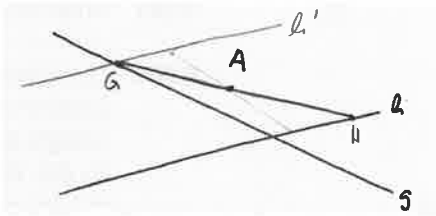


Konstruktionsbericht in Worten:
- v an Q spiegeln → v'.
- v' mit w schneiden → W.
- W mit Q verbinden und verdoppeln → V.

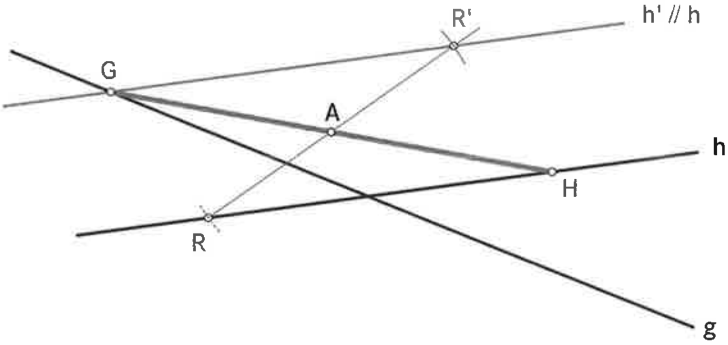
formal:
- v —Q→ v'
- $v' \cap w$ → W
- $(WQ) \cap v$ → V



B246 Skizze und Lösungsidee:
Eine der beiden Geraden, beispielsweise h, an A spiegeln. Der Schnittpunkt der Bildgeraden mit der andern Originalgeraden ist dann ein Endpunkt der gesuchten Strecke.



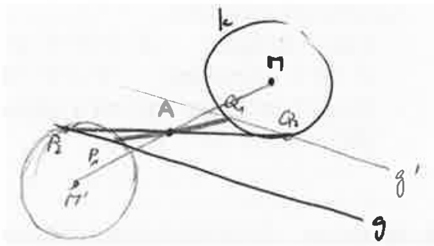
Konstruktionsbericht in Worten:
- Gerade h an A spiegeln → h'.
- h' mit g schneiden → G.
- G mit A verbinden und mit h schneiden → H.



formal:
- h —A→ h'
- h' ∩ g → G
- (GA) ∩ h → H

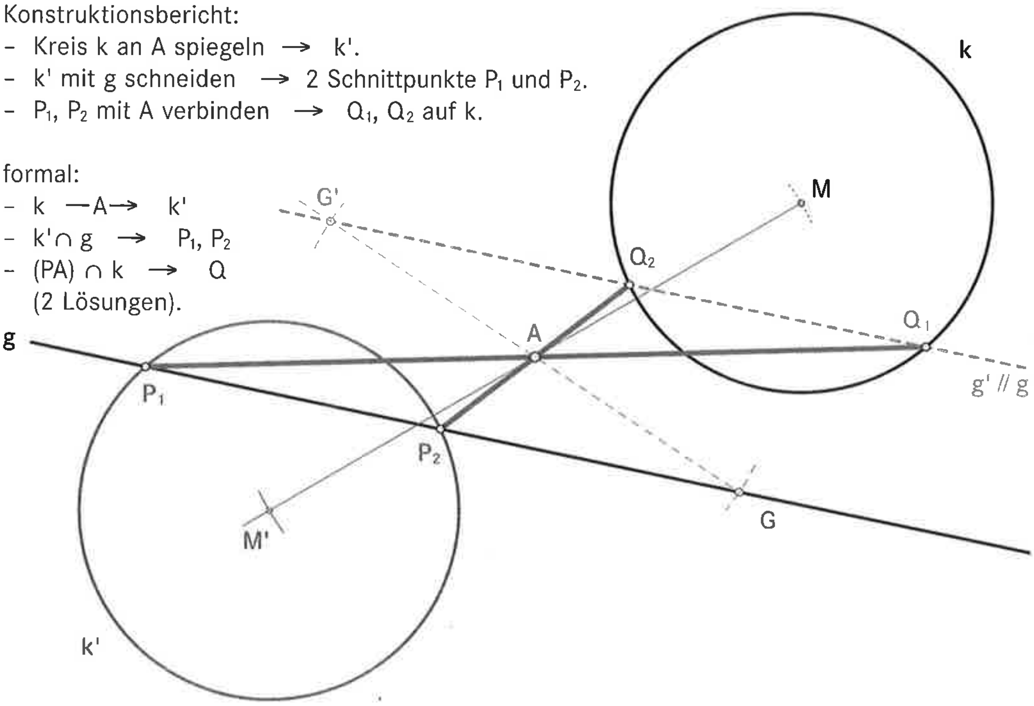
B247 Skizze und Lösungsidee:
Kreis k an A spiegeln
oder
Gerade g an A spiegeln.

2 Lösungen möglich



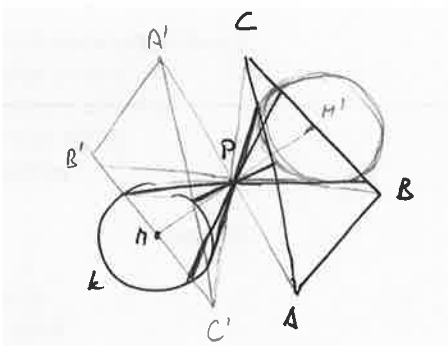
Konstruktionsbericht:
- Kreis k an A spiegeln → k'.
- k' mit g schneiden → 2 Schnittpunkte P_1 und P_2.
- P_1, P_2 mit A verbinden → Q_1, Q_2 auf k.

formal:
- k —A→ k'
- k' ∩ g → P_1, P_2
- (PA) ∩ k → Q
  (2 Lösungen).



B248 Skizze und Lösungsidee:
Kreis k an P spiegeln
oder
Dreieck ABC an P spiegeln.

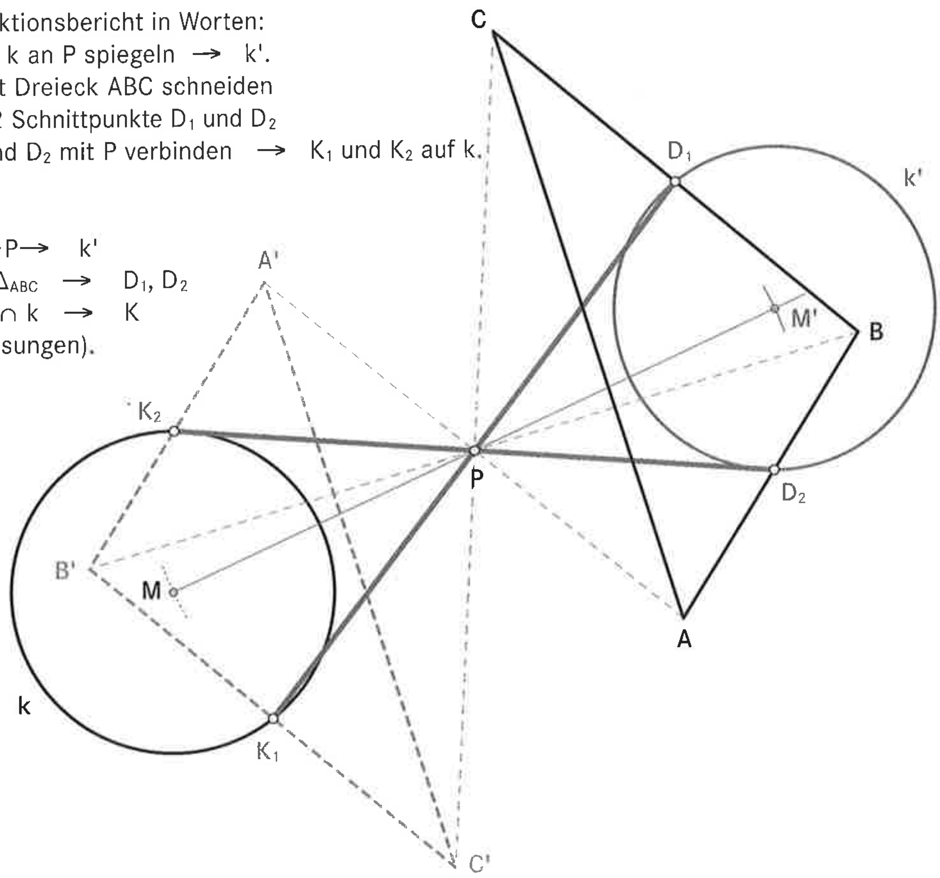
mehrere Lösungen möglich



→

→ Konstruktionsbericht in Worten:
- Kreis k an P spiegeln → k'.
- k' mit Dreieck ABC schneiden
  → 2 Schnittpunkte D_1 und D_2
- D_1 und D_2 mit P verbinden → K_1 und K_2 auf k.

formal:
- k —P→ k'
- $k' \cap \Delta_{ABC}$ → D_1, D_2
- $(DP) \cap k$ → K
  (2 Lösungen).

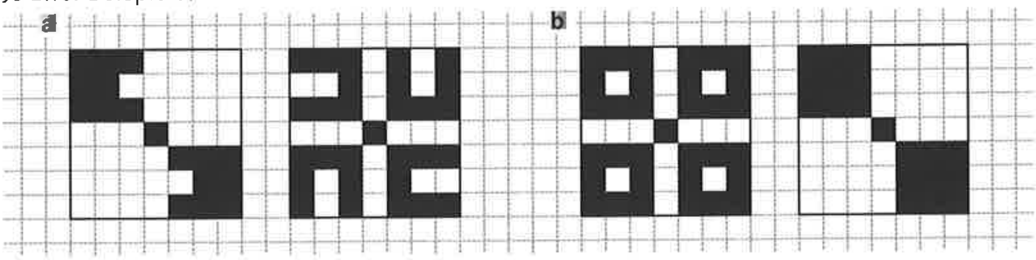


B249 Arbeitsblatt

B250 -

B251 **a** Punktsymmetrisch sind: **Rhomboid, Rhombus, Rechteck und Quadrat.**
b Punkt- und achsensymmetrisch sind: **Rhombus, Rechteck und Quadrat.**
c Nur punktsymmetrisch: **Rhomboid.**
d Weder Punkt- noch achsensymmetrisch: **allgemeines Trapez, allgemeines Viereck.**

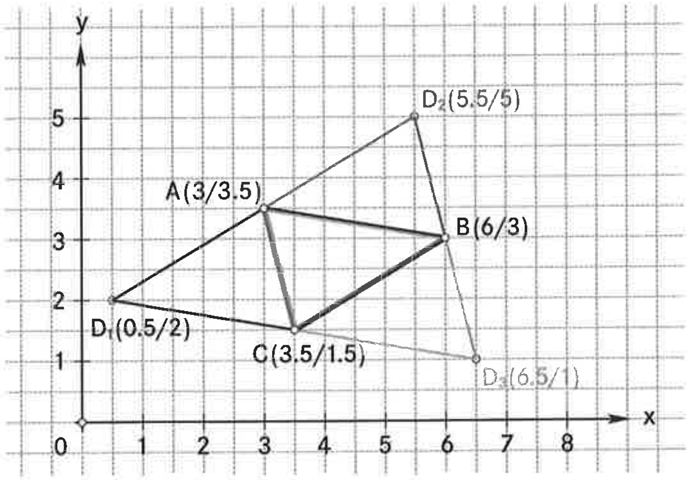
B252 Je zwei Beispiele:



B253 Das gesuchte punktsymmetrische Viereck ABCD muss ein **Rhomboid** sein.
Die vierte Ecke erhält man durch **paralleles Ergänzen.**

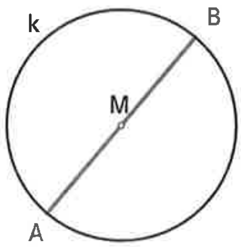
Es sind **drei** verschiedene **Lösungen** möglich.
Je nachdem, ob
- BA und BC oder
- CA und CB oder
- AB und AC

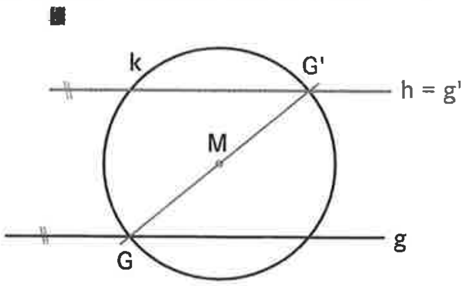
als vorhandene Seiten des gesuchten Vierecks angenommen werden.



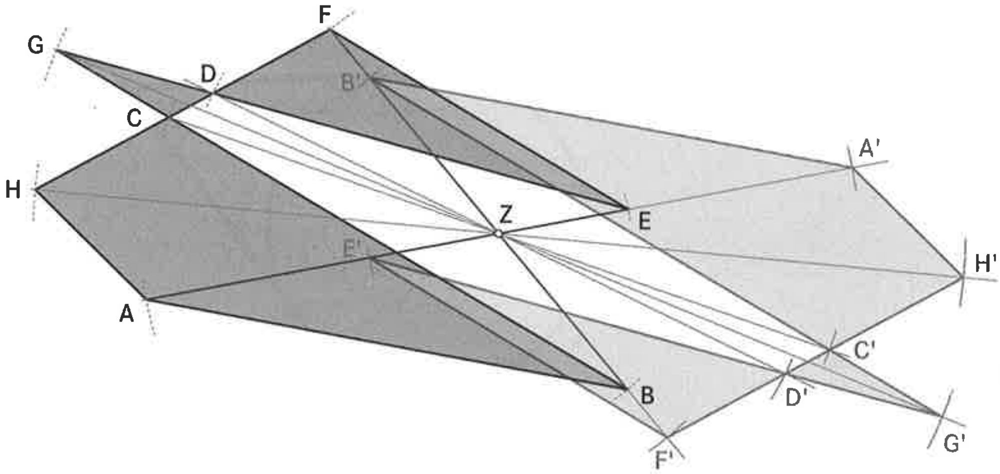
B254 ■ Der Kreis ist nur dann mitsamt einer eingepassten Strecke AB punktsymmetrisch, wenn diese durch den Mittelpunkt M verläuft.

■ Die Gerade h ist das Bild der Geraden g unter einer Punktspiegelung am Mittelpunkt M: h = g'.

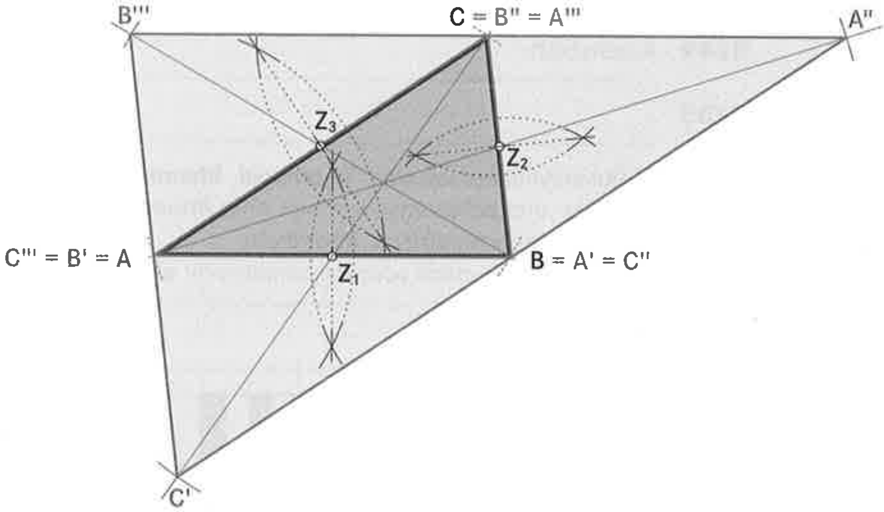




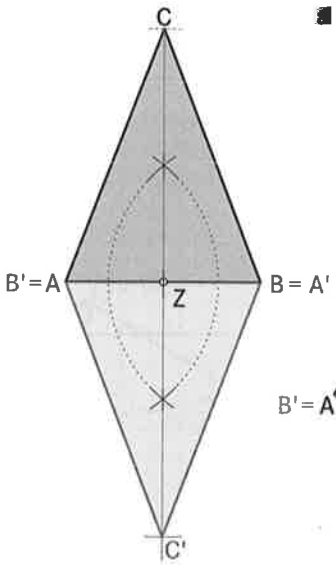
B255



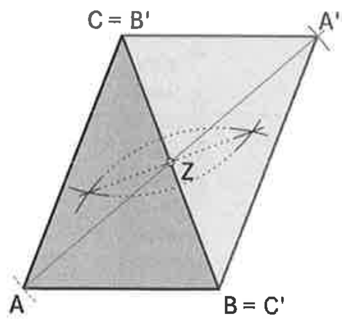
B256

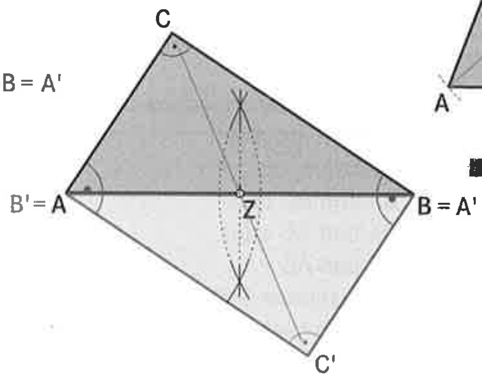


B257



■ Bei Spiegelung an der Mitte der Seite AB entsteht ein **Rhombus**. (links)
Bei Spiegelung an der Mitte der Seite BC ensteht ein **Rhomboid**. (rechts)





■ Das rechtwinklige Dreieck muss an der Mitte derjenigen Seite gespiegelt werden, die dem rechten Winkel gegenüberliegt. Also **an der Mitte der Seite AB.**

B258 Ein Beispiel für eine sehr ausführliche Antwort. Andere Formulierungen sind durchaus möglich.

Achsenspiegelung	**Punktspiegelung**
Originalfigur und Bildfigur sind **deckungsgleich (kongruent).**	Originalfigur und Bildfigur sind **deckungsgleich (kongruent)**.
Original- und Bildfigur haben **einen entgegengesetzten** Umlaufsinn.	Original- und Bildfigur haben **den gleichen** Umlaufsinn.
Die Achsenspiegelung ist eindeutig festgelegt durch die **Spiegelachse oder** durch einen **Originalpunkt und seinen Bildpunkt**.	Die Punktspiegelung ist eindeutig festgelegt durch das **Spiegelzentrum oder** durch **einen Originalpunkt und seinen Bildpunkt**.
Es gibt **zu jedem Punkt einen Bildpunkt**. Dieser liegt **auf der andern Seite der Achse** oder auf dem Punkt selbst.	Es gibt **zu jedem Punkt einen Bildpunkt**. Dieser liegt **auf der andern Seite des Zentrums** oder auf dem Punkt selbst.
Die Spiegelachse **halbiert die Verbindungsstrecke zwischen Original- und Bildpunkt.**	Das Spiegelzentrum **halbiert die Verbindungsstrecke zwischen Original- und Bildpunkt.**
Jede **Bildstrecke** ist **gleich lang** wie die zugehörige Originalstrecke. Original- und Original- und Bild**winkel** sind **gleich gross**.	Jede **Bildstrecke** ist **gleich lang** wie die zugehörige Originalstrecke **und parallel dazu!** Original- und Bild**winkel** sind **gleich gross**.
Eine **Gerade schneidet** ihre **Bildgerade auf der Achse oder** verläuft **parallel** dazu.	Eine **Gerade** verläuft **parallel** zu ihrer **Bildgeraden** oder **fällt** mit dieser **zusammen.**

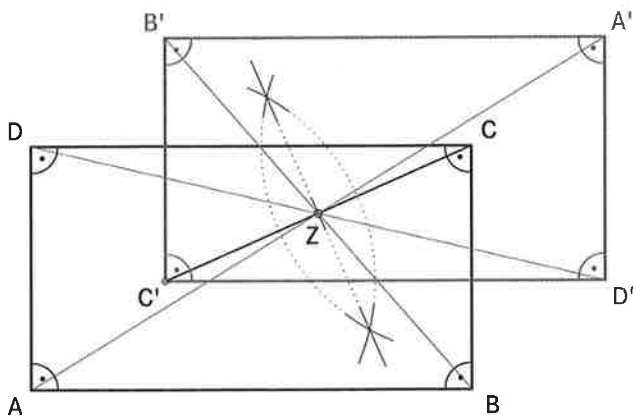
B259 **a** Bei der Punktspiegelung gibt es
- genau einen Fixpunkt, nämlich das Spiegelzentrum.
- keine Fixpunktgerade.
- unendlich viele Fixgeraden: Alle Geraden, die durch das Spiegelzentrum verlaufen.

b Bei der Achsenspieglung gibt es
- unendlich viele Fixpunkte: Alle Punkte, die auf der Spiegelachse liegen.
- genau eine Fixpunktgerade, die Spiegelachse.
- unendlich viele Fixgeraden: Alle Geraden, die senkrecht zur Spiegelachse verlaufen.

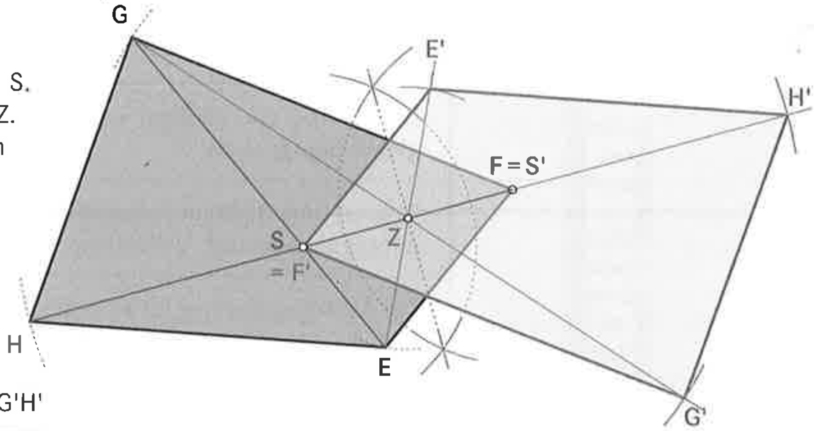
B260 Konstruktionsbericht in Worten:
- Mitte der Strecke CC' konstruieren $\rightarrow$ Z.
- Rechteck ABCD an Z spiegeln $\rightarrow$ A'B'C'D'.

(Einzelne Punkte spiegeln oder Parallelität und rechte Winkel ausnutzen.)

formal:
- Z = Mitte von CC'
- ABCD —Z→ A'B'C'D'

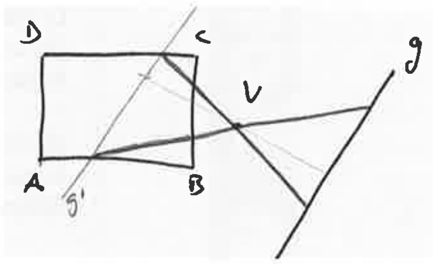


B261 Konstruktionsbericht in Worten:
- Diagonale HF schneiden mit der Diagonalen EG → S.
- Mitte von SS' → Z.
- EFGH an Z spiegeln → E'F'G'H'.

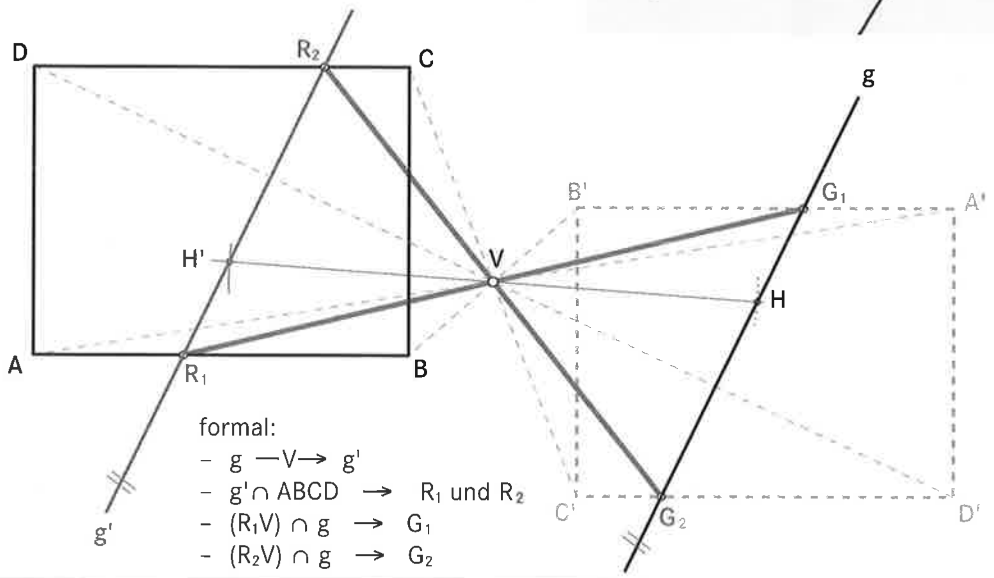


formal:
- HF ∩ EG → S.
- Z = Mitte von SS'
- EFGH —Z→ E'F'G'H'

B262 Skizze und Lösungsidee: Gerade g an V spiegeln!

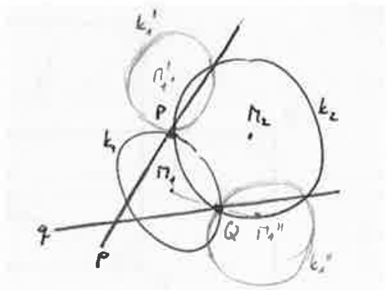


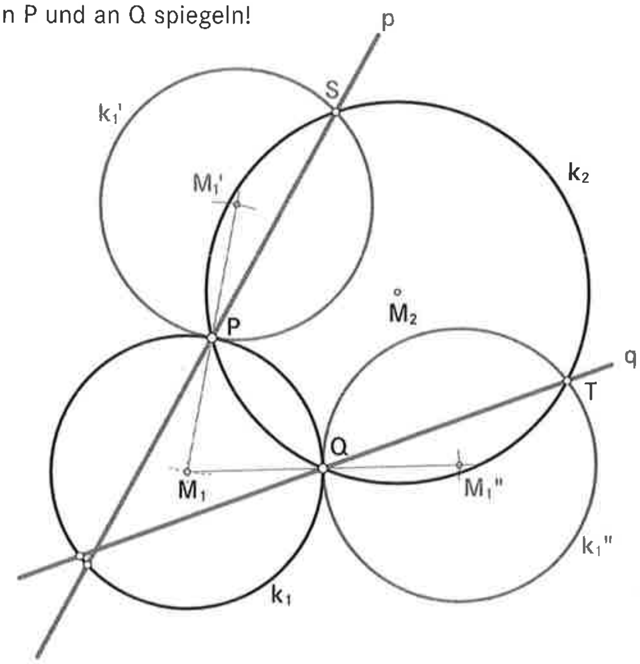
Konstruktionsbericht in Worten:
- Gerade g an V spiegeln → g'.
- g' mit Rechteck ABCD schneiden → 2 Schnittpunkte R_1 und R_2.
- R_1 und R_2 mit V verbinden → G_1 und G_2 auf g.



formal:
- g —V→ g'
- g' ∩ ABCD → R_1 und R_2
- $(R_1V) \cap g$ → G_1
- $(R_2V) \cap g$ → G_2

B263 Skizze und Lösungsidee: Kreis k_1 an P und an Q spiegeln!



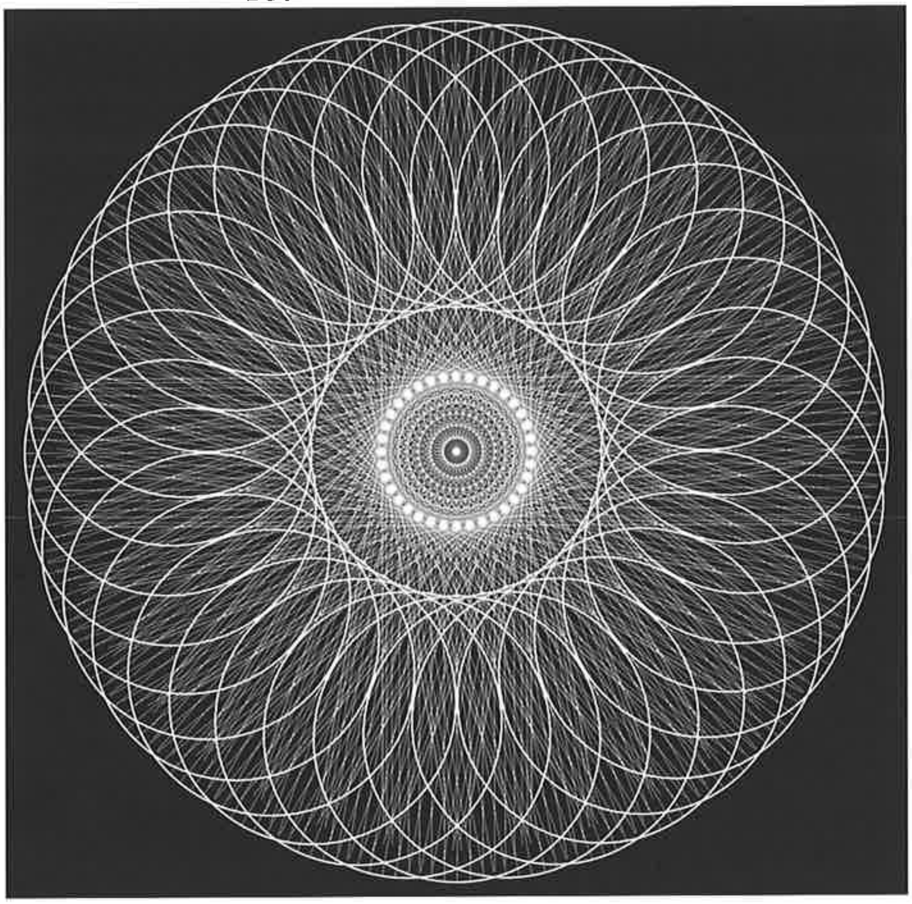


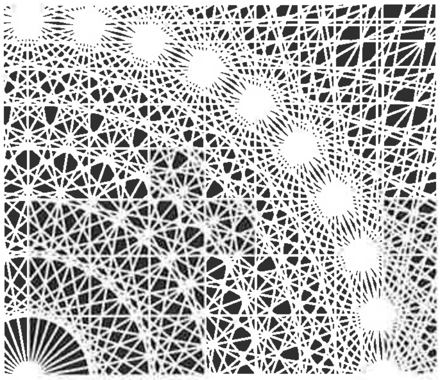
Konstruktionsbericht in Worten:
- Kreis k_1 an P spiegeln und mit k_2 schneiden → S.
- Gerade durch S und P → p.
- Dasselbe mit k_1 und Q → q.

formal:
- k_1 —P→ k_1', k_1 —Q→ k_1''
- $k_1' \cap k_2$ → S, $k_1'' \cap k_2$ → T
- (SP) = p, (TQ) = q

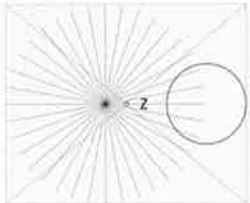
B3 Drehsymmetrie – Drehung

B31



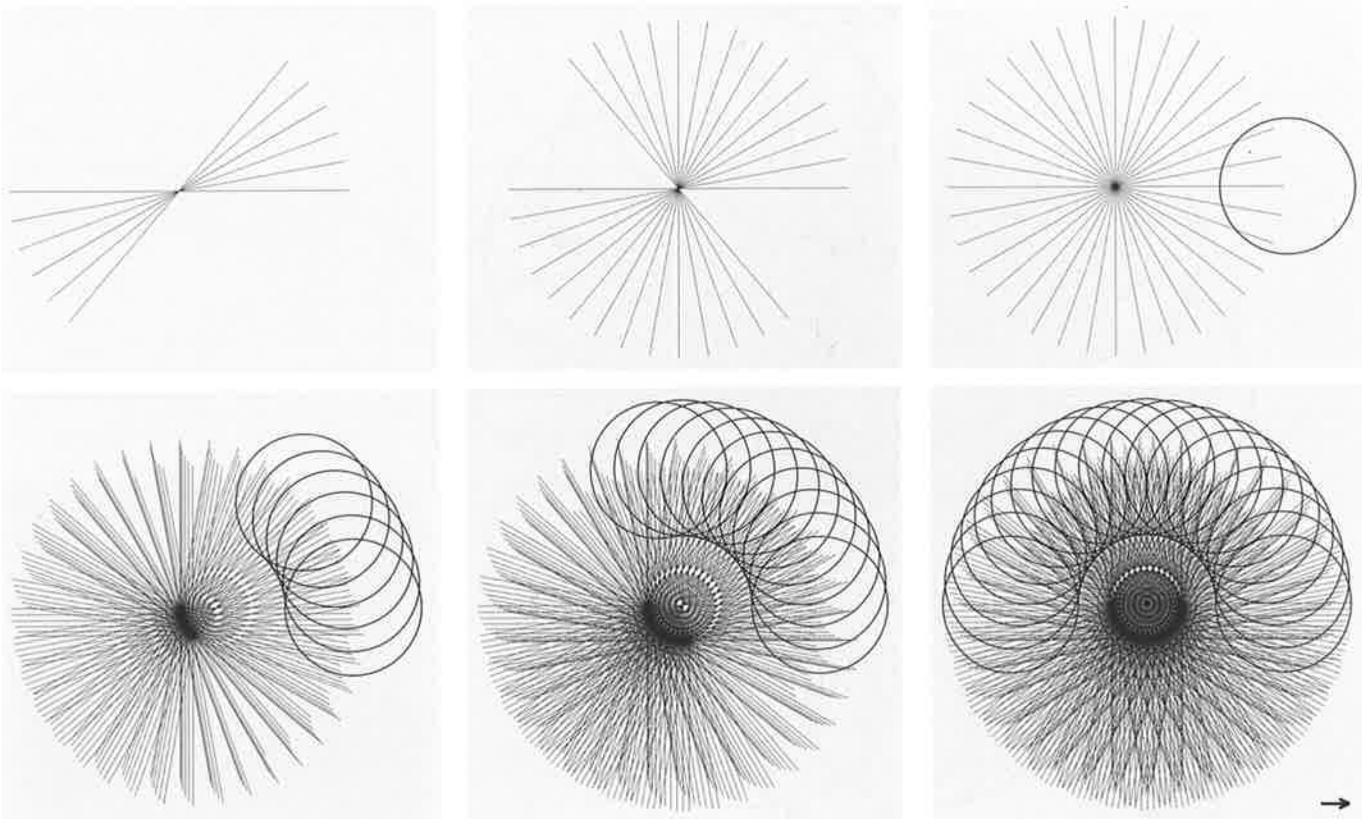


Das Geheimnis der Kreisblume:
Eine Strecke wird um ihren Mittelpunkt gedreht und dann ein Kreis irgendwo zufällig hingezeichnet (siehe unten).
Jetzt wird das Ganze gruppiert und wieder mehrfach um den immer gleichen Winkel gedreht. Der Computer setzt dabei den Drehpunkt automatisch ins Zentrum des umgebenden Rechtecks.



Der Schnittpunkt aller Strecken wandert deshalb auf einem Kreis und bildet die «Sternchen».

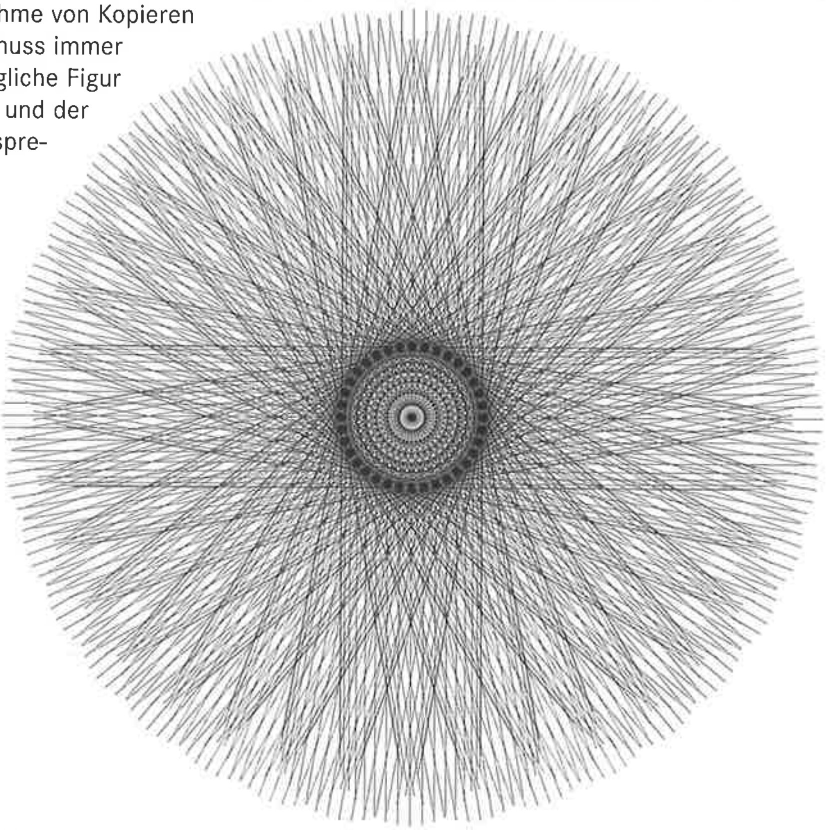
Es lohnt sich, das Innere einer so entstandenen Kreisblume stark zu vergrössern. Dabei öffnet sich eine faszinierende Welt der Striche mit Mustern, die stark an Klöppelspitzen erinnern.

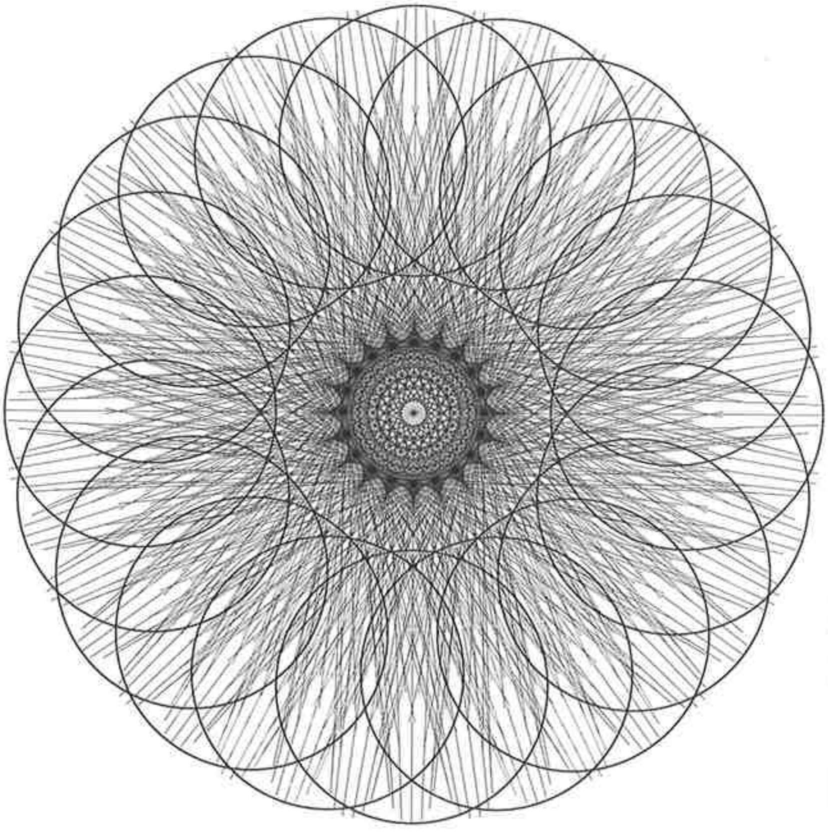


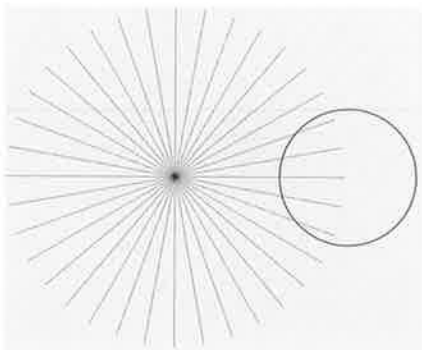
→

Alle hier gezeigten **Beispiele** wurden mit dem Programm Adobe Illustrator erstellt. Illustrator ist ein professionelles Illustrationsprogramm.
Solche und ähnliche Blumen lassen sich aber auch mit jedem handelsüblichen Zeichnungsprogramm herstellen. Etwa mit der folgenden Vorgehensweise:

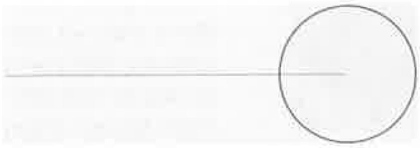
- Eine Strecke mit einem bestimmten Winkel mehrfach drehen. Das Programm nimmt dabei automatisch den Mittelpunkt der Strecke als Drehpunkt.
  Falls das Programm während dem Drehen nicht gleichzeitig duplizieren kann, so muss die Strecke jeweils zuerst kopiert und an Ort wieder eingesetzt werden (Befehl c, Befehl v).
- Irgendwo einen Kreis oder eine andere Figur hinzeichnen und alles gruppieren.
- Jetzt wiederum mehrfach drehen mit Duplizieren – oder mit Hilfe von Kopieren und Einsetzen.
  Unter Zuhilfenahme von Kopieren und Einsetzen muss immer auf die ursprüngliche Figur zurückgegriffen und der Drehwinkel entsprechend erhöht werden.

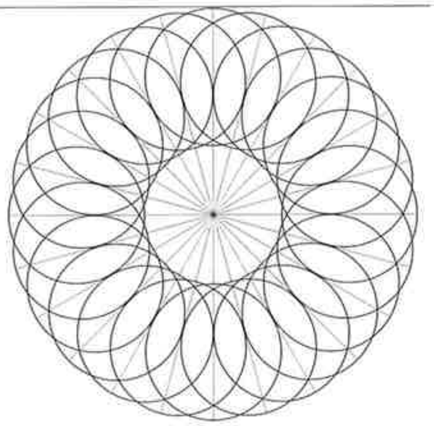


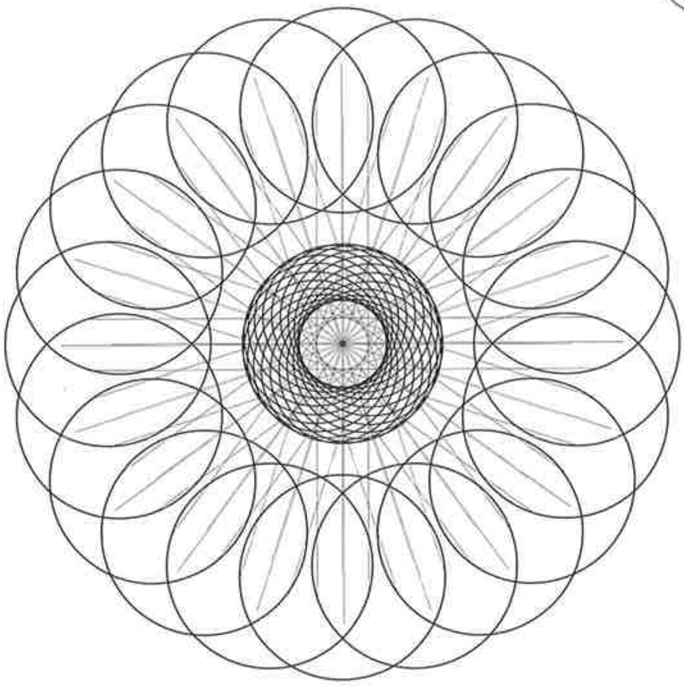


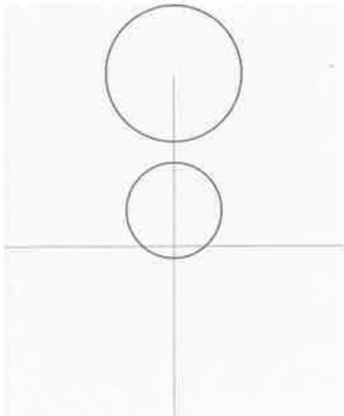


Schöne Resultate erhält man auch mit einfacheren Startfiguren.

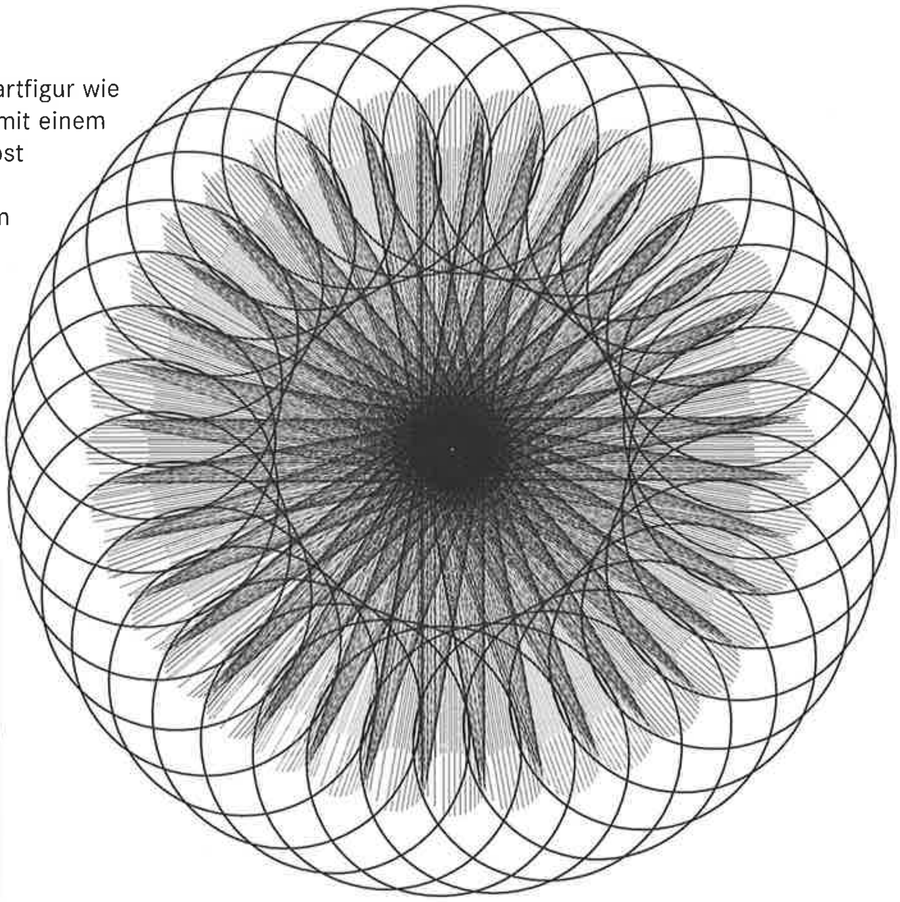


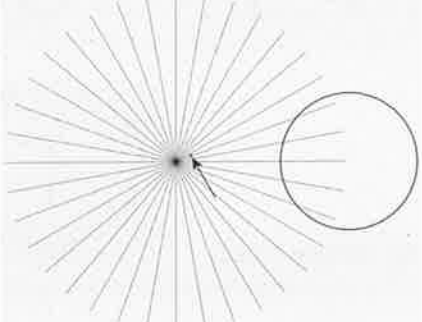




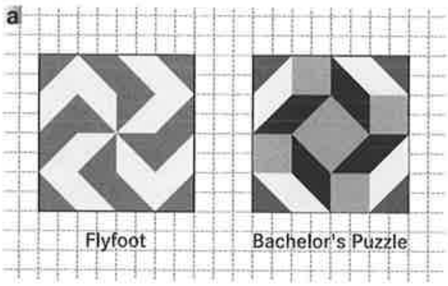


Dieselbe Startfigur wie links unten mit einem andern, selbst gewählten Drehzentrum verarbeitet, ergibt eine ganz andere Blume.





B32 a



b Es spielt keine Rolle, von welcher Seite man diese Quadrate betrachtet. Die Muster sehen immer gleich aus.
Wenn man ein solches Quadrat mit einer Vierteldrehung (90°) um den Mittelpunkt dreht, kommt es wieder mit sich selbst zur Deckung.
Beim Muster «Pieced Box» stimmt das allerdings nur, wenn man die Farben nicht beachtet. Mit Beachtung der Farben muss man um 180° drehen.

B33 Dafür gibt es beliebig viele Möglichkeiten. Wir überlassen die Lösung deiner Kreativität.

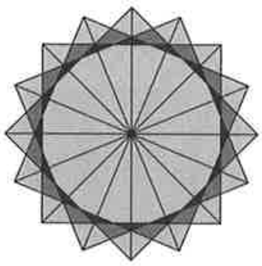
B34 a 60°
b 120°, 180°, 240°, 300°, 360°

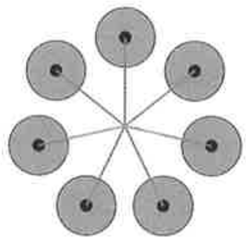
B35 von links nach rechts:
90°, 120°, 72°, 72° (mit Beachtung der Farben) / 24° (ohne Beachtung der Farben)

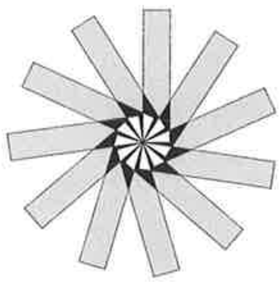
B36 Als ganzzahlige Drehwinkel kommen alle ganzzahligen Teiler von 360° – ohne 360° selbst – in Frage:
180°, 120°, 90°, 72°, 60°, 45°, 40°, 36°, 30°, 24°, 20°, 18°, 15°, 12°, 10°, 9°, 8°, 6°, 5°, 4°, 3°, 2°, 1°

Dabei gilt:
180° 2-mal Drehen bis wieder in der ursprünglichen Lage,
120° 3-mal Drehen bis wieder in der ursprünglichen Lage,
90° 4-mal Drehen bis wieder in der ursprünglichen Lage,
usw.

Damit ist auch klar, dass es noch beliebig viele andere Drehwinkel gibt. Beispiele:
16-mal Drehen bis wieder in der ursprünglichen Lage → Drehwinkel = 360° : 16 = **22.5°**
7-mal Drehen bis wieder in der ursprünglichen Lage → Drehwinkel = 360° : 7 = $\mathbf{51\frac{3}{7}°}$
11-mal Drehen bis wieder in der ursprünglichen Lage → Drehwinkel = 360° : 11 = $\mathbf{32\frac{8}{11}°}$







Mit Ausnahme des 16-er Sterns lassen sich solche Figuren allerdings kaum mehr von Hand zeichnen. Bei der Arbeit mit dem Computer sind Bruchteile von Winkelgraden problemlos verwendbar.

B37

Gleichseitiges Dreieck	Drehwinkel = 120°
Quadrat	Drehwinkel = 90°
Rechteck	Drehwinkel = 180°
Rhomboid	Drehwinkel = 180°
Rhombus	Drehwinkel = 180°
alle regelmässigen Vielecke	Drehwinkel = 360° : Anzahl Ecken.

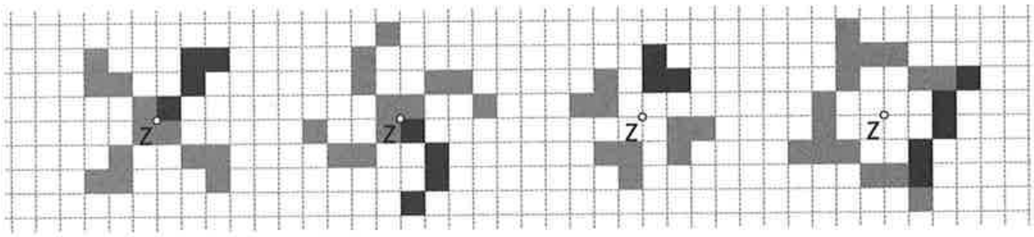
B38 Arbeitsblatt

B39

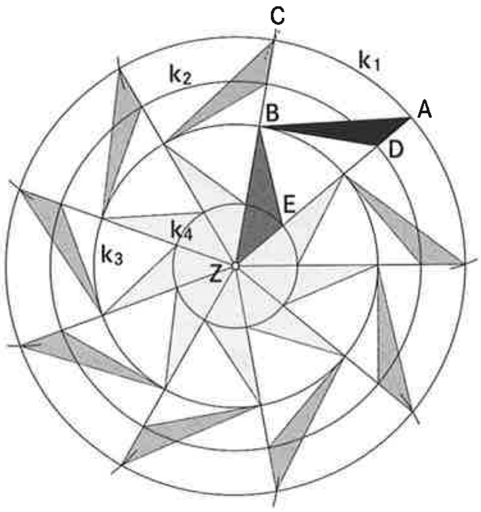
a	falsch	Eine drehsymmetrische Figur ist nur dann punktsymmetrisch, wenn der Drehwinkel ein Teiler von 180° ist.
b	richtig	Eine punktsymmetrische Figur hat einen Drehwinkel von 180°.
c	falsch	Ein Quadrat ist beispielsweise punkt- und achsensymmetrisch.
d	richtig	Jede punktsymmetrische Figur ist drehsymmetrisch – egal, ob sie achsensymmetrisch ist oder nicht.
e	richtig	Der Drehwinkel ist doppelt so gross, wie der Winkel zwischen den Achsen.

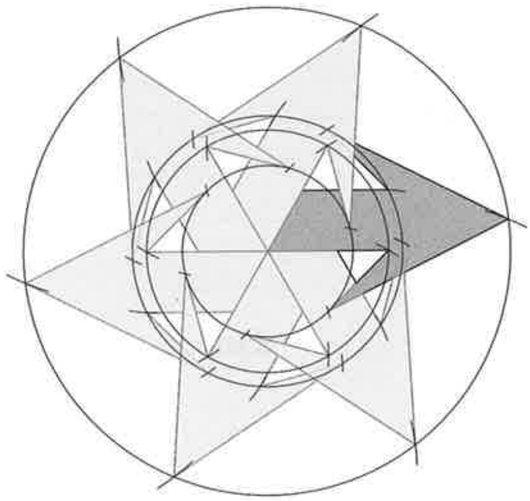
B310 Schachtdeckel sind häufig drehsymmetrisch.
Schau dich um. Wenn du darauf achtest, findest du hin und wieder wahre Meisterwerke.

B311



B312





Konstruktionsbericht:
- Kreis k_1 um Z mit Radius ZA
- ZB verlängern und mit k_1 schneiden ⟶ C
- Winkel vervielfachen: AC auf k_1 abtragen
- Kreis k_2 um Z mit Radius ZD
- Kreis k_3 um Z mit Radius ZB
- Kreis k_4 um Z mit Radius ZE
- Figur fertig stellen

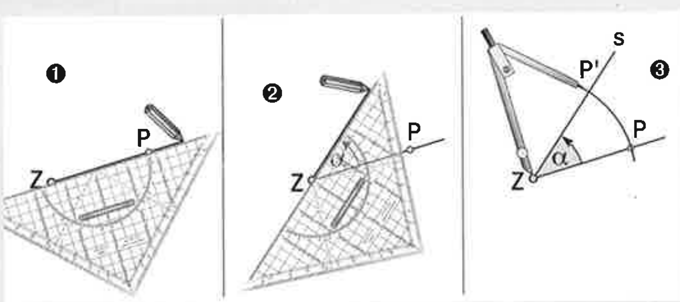
Konstruktionsbericht:
Da es sich hier um ein regelmässiges Sechseck handelt, lassen sich alle gedrehten Eckpunkte mühelos mit dem Zirkel durch Abtragen der entsprechenden Radien konstruieren.

B313 Viel Vergnügen!

P —Z,α,⊕⊖⟶ P'

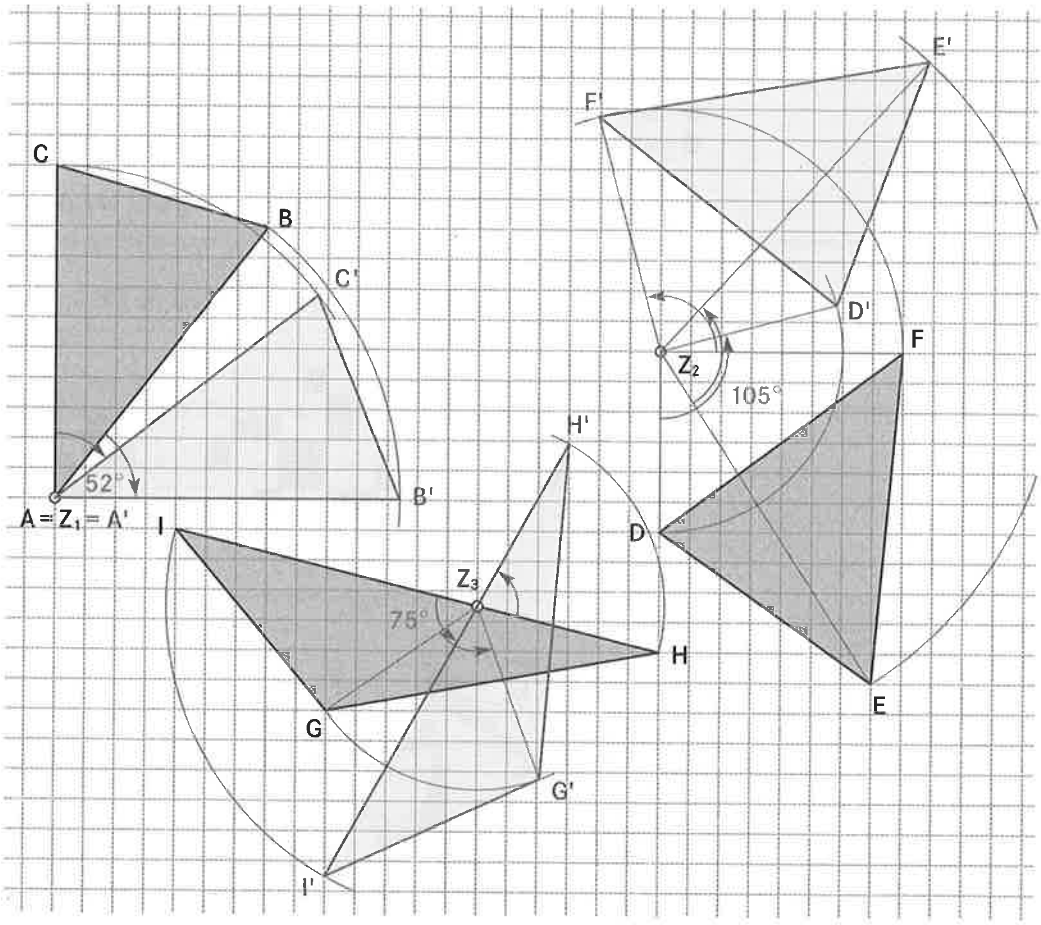
B314 **Punkt P mit dem Winkel α, ⊕ oder ⊖ um ein Zentrum Z drehen (im Beispiel: ⊕)**

❶ Strahl von Z durch P
❷ Winkel α im gewünschten Drehsinn antragen ⟶ Schenkel s
❸ Kreisbogen um Z (Radius ZP) mit s schneiden ⟶ P'.



formal:
- (ZP), α, ⊕⊖ antragen ⟶ s
- k(Z,r=ZP) ∩ s ⟶ P'

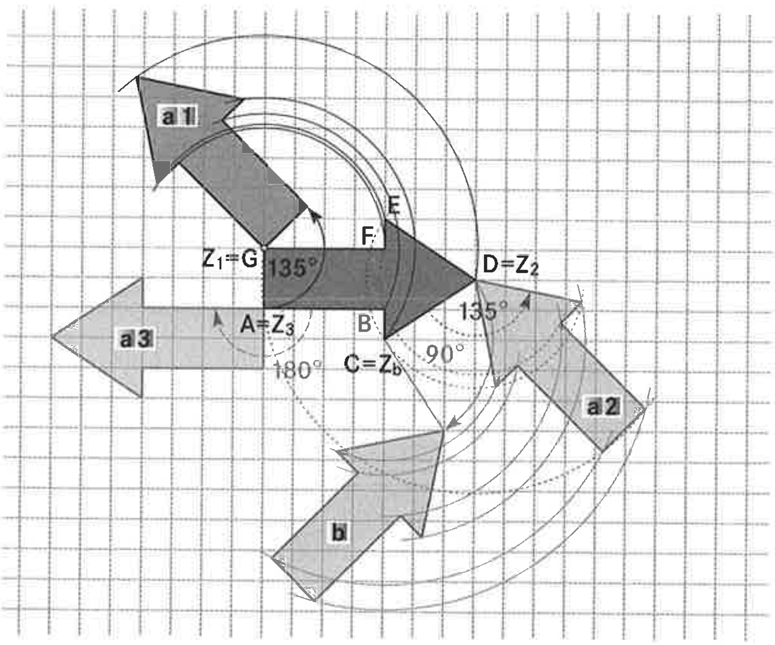
B315



B316 ■ Original- und Bildfigur sind **deckungsgleich (kongruent).**
Insbesondere gilt: Einander entsprechende Original- und Bildseiten (Strecken) sind **gleich lang**; einander entsprechende Original- und Bildwinkel sind **gleich gross**.
Die Eckenbeschriftungen von Original- und Bildfigur haben den **gleichen Umlaufsinn**.

■ Bei der Drehung gibt es nur **einen einzigen Fixpunkt**, das Zentrum Z: Z' = Z.

B317 Es gibt verschiedenen Wege, um die Ecken der Bildpfeile zu konstruieren. In der Abbildung sind deshalb nur die Kreisbogen eingezeichnet, auf denen die Eckpunkte wandern.



Bei ■■, ■■ und ■ muss eine Ecke mit Hilfe des Drehwinkel und des Bogens eingezeichnet werden.
Alle andern Ecken können
- mit Hilfe des Drehwinkels,
- mit Hilfe der rechten Winkel oder
- mit Hilfe der Streckenlänge

konstruiert werden.

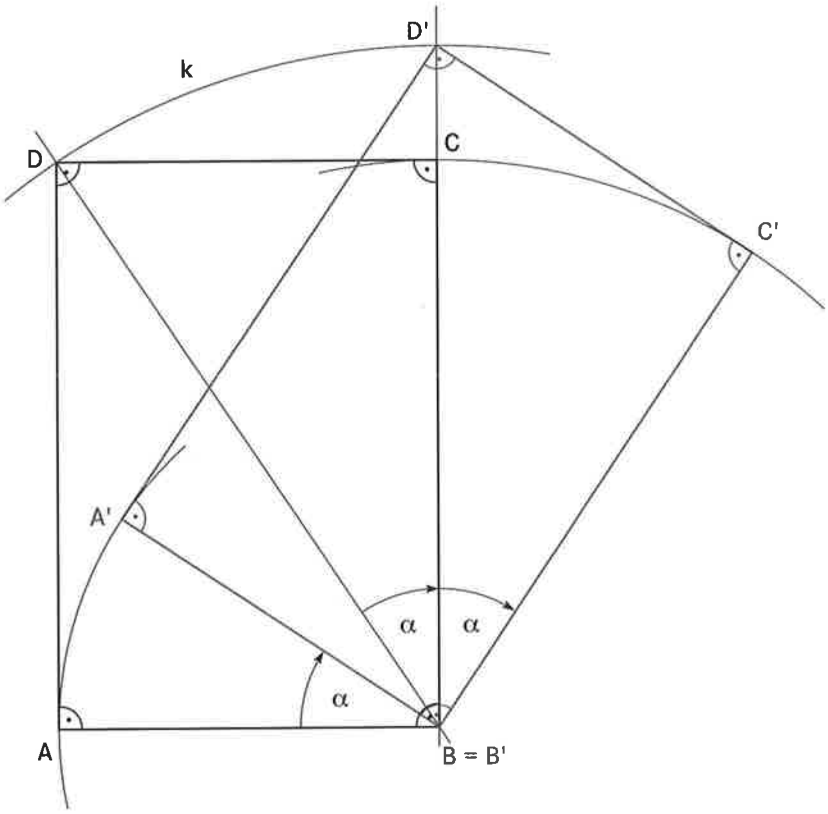
■■ erhält man direkt mit Hilfe der Karos.

B318 Arbeitsblatt

B319 Der Karton ist dann im Gleichgewicht, wenn die obere Ecke genau über der unteren Ecke steht.
Konstruktion unten im Massstab 1 : 4 ⟶ Karton: 5 cm breit und 7.5 cm hoch.
Günstig wäre auch Massstab 1:5 ⟶ Karton: 4 cm breit und 6 cm hoch.

Drehwinkel:
Kreis k um B mit Radius BD schneiden mit der Geraden (BC) ⟶ D'
Drehwinkel messen: α = **33.7°**

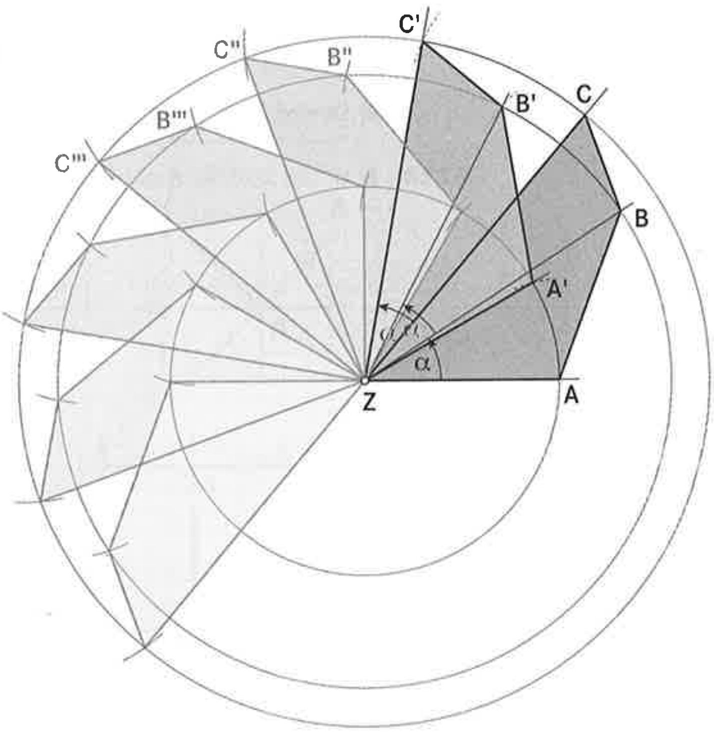
Karton in Balance fertig zeichnen, beispielsweise
- A mit α, ⊖ um B drehen ⟶ A'
- C mit α, ⊖ um B drehen ⟶ C'



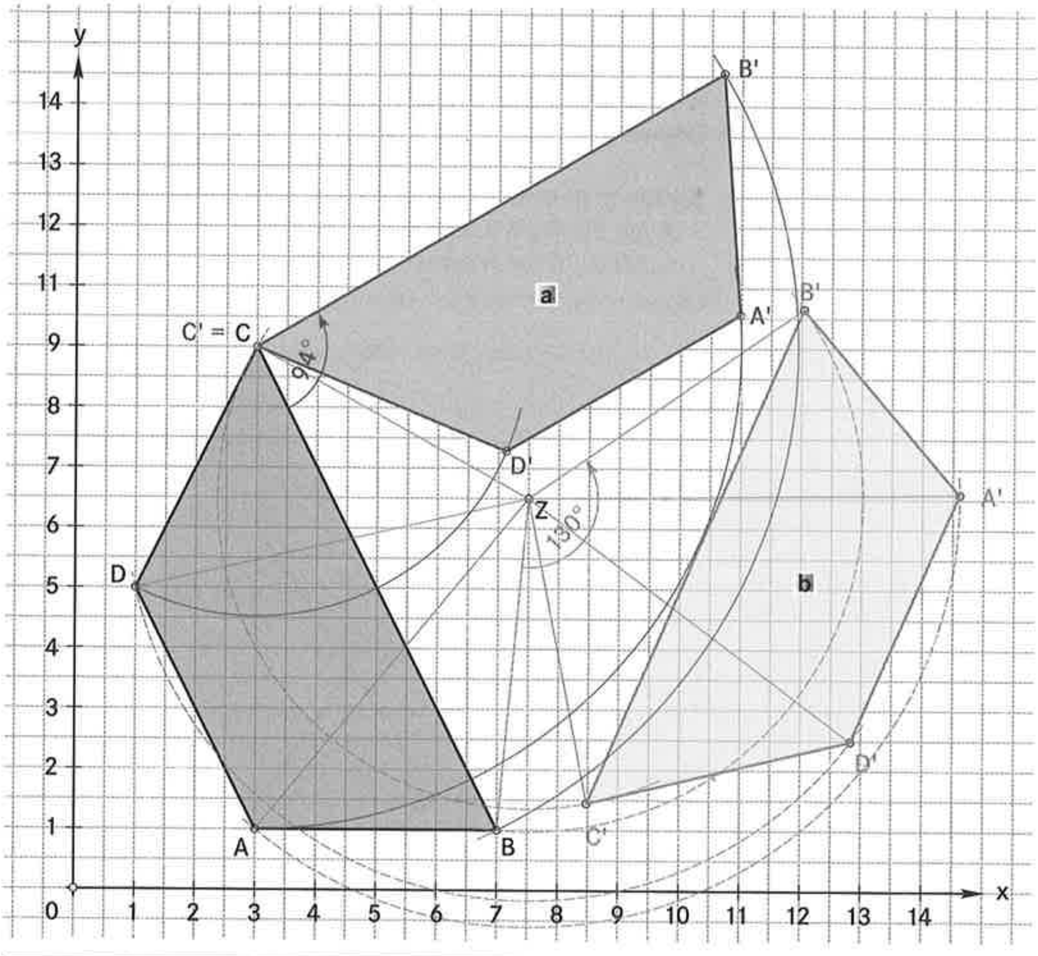
B320 ▪ Benutze das Verfielfachen von Winkeln.

Ein einfaches Beispiel zeigt wie:
- Die Figur ZABC um einen beliebigen Winkel drehen, beispielsweise α = 30°,⊕ ⟶ ZA'B'C'.
- Die weiteren Ecken, beispielsweise C'', C''', ... durch Abtragen des Winkelbogens.

▪ Nein, nur wenn der Drehwinkel ein Teiler von 360° ist.



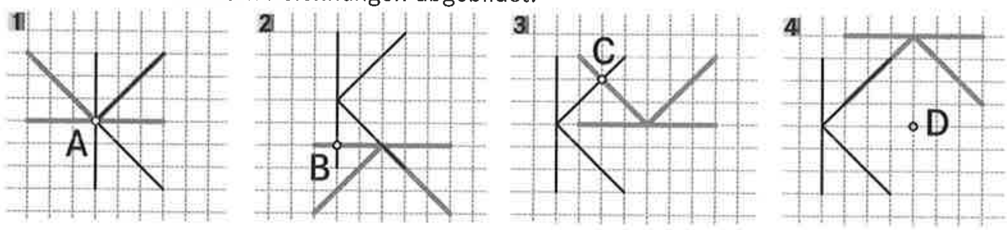
B321 a, b Eine Bildecke muss mit Hilfe des Drehwinkels konstruiert werden. Die andern Ecken lassen sich dann auf verschiedene Arten konstruieren: Mit Hilfe des Drehwinkels, mit Hilfe der Seitenlänge oder auch mit Hilfe der Parallelität.

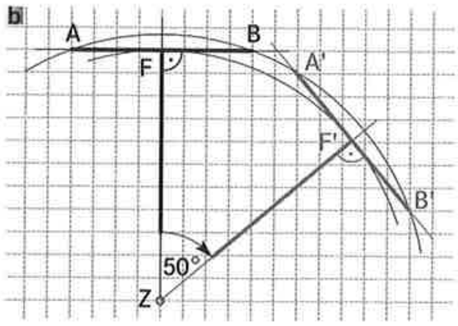


B322 a Es gibt dafür zwei Gründe:
- Der Hauptgrund ist die Ästhetik. Eine nicht drehsymmetrische Felge würde beim Fahren für den Betrachter am Strassenrand sehr unruhig wirken.
- Ein zweiter Grund ist physikalischer Art. Eine völlig asymmetrische Felge könnte evtl. eine Unwucht bewirken, die den ruhigen Lauf des Rades stört. Da die modernen Felgenverzierungen aber sehr leicht sind, scheint dieser Einfluss minim und eher vernachlässigbar.

b Deinen Traum lassen wir dich selbst verwirklichen.

B323 a Unten sind die exakten Zeichnungen abgebildet.

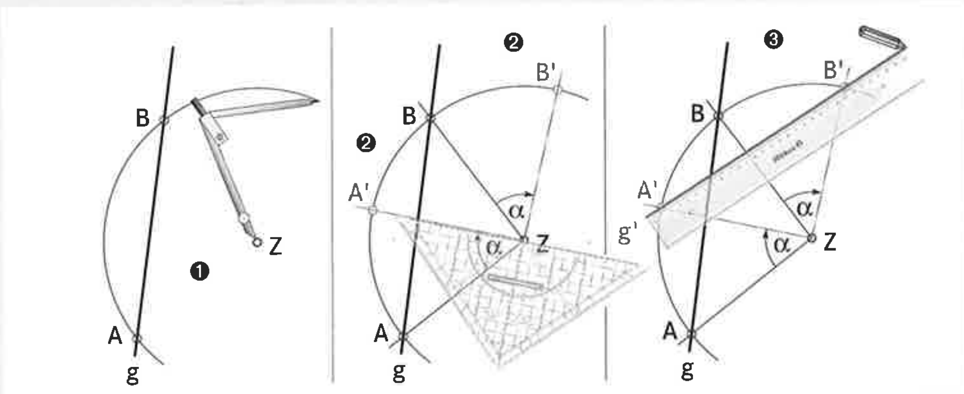




c Mögliches, bequemes Vorgehen:
- Stütze des T mit 50°, ⊖ um Z drehen → F'
- Der Balken liegt nun senkrecht zur Stütze und verläuft durch F'. Seine Endpunkte A' und B' liegen auf einem Kreis um Z durch A und B oder lassen sich durch Abtragen der Strecke FA gewinnen.

$g \xrightarrow{Z,\alpha,\oplus\ominus} g'$ **B324** **Gerade g mit dem Winkel α $\oplus$ oder $\ominus$ um den Punkt Z drehen**

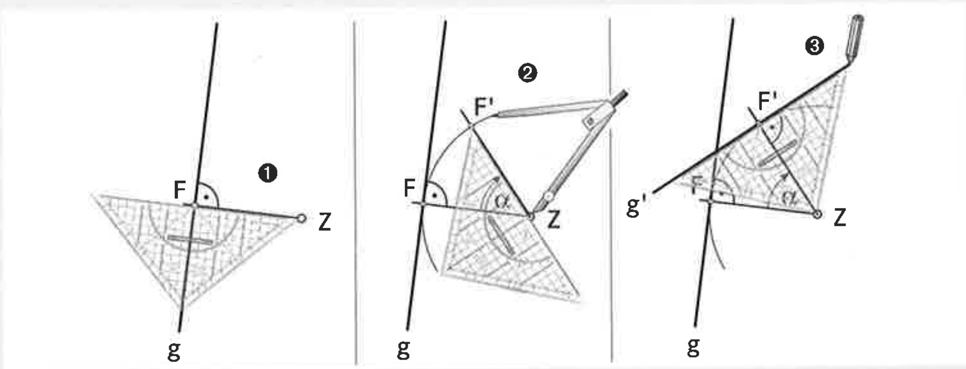
a Mit Hilfe von zwei beliebigen Punkten



❶ Zwei Punkte A und B auf g wählen; am bequemsten auf dem Kreisbogen.
❷ A und B mit dem Winkel α im gewünschten Drehsinn um Z drehen ⟶ A' und B'.
❸ A' und B' verbinden ⟶ g'.

formal:
- $A, B \in g \xrightarrow{Z,\alpha,\oplus\ominus} A', B'$
- $g' = (A'B')$

b Mit Hilfe des Abstandes als Stütze

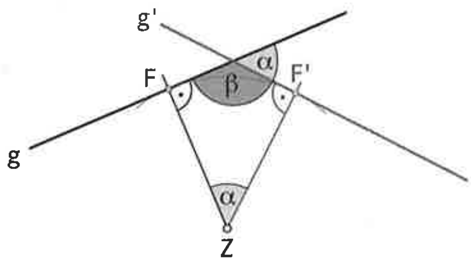


❶ Abstand von Z zu g einzeichnen ⟶ Fusspunkt F.
❷ ZF mit dem Winkel α im gewünschten Drehsinn um Z drehen ⟶ F'.
❸ Senkrechte zu ZF' durch F' legen ⟶ g'.

formal:
- Senkrechte zu g durch Z ⟶ F
- $F \xrightarrow{Z,\alpha,\oplus\ominus} F'$
- $g' \perp ZF'$ durch F'

c Die Methode **b** mit dem Abstand als Stützstrecke ist bequemer – und vielseitiger einsetzbar.

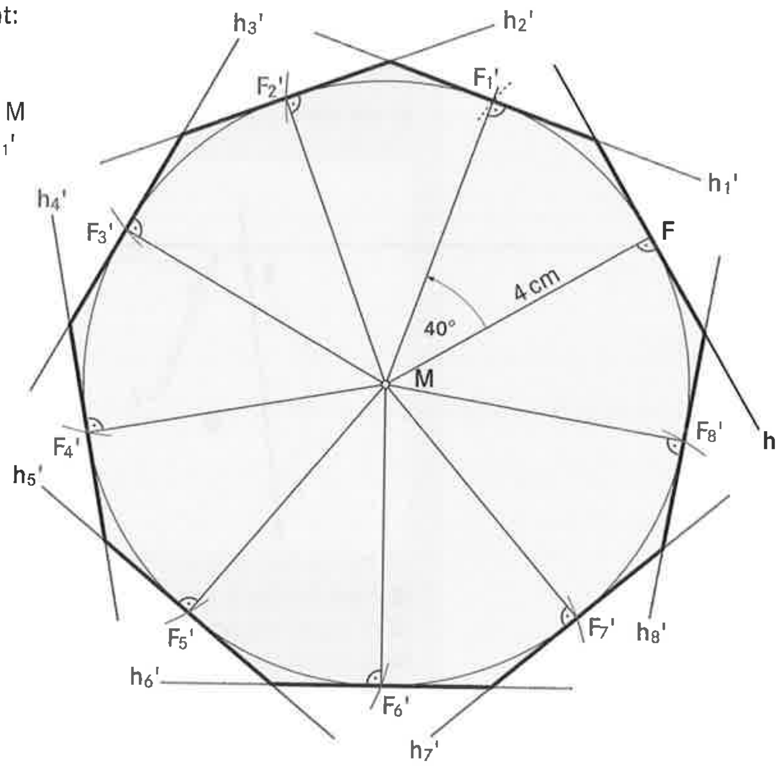
B325 Die Original- und die Bildgerade schneiden sich unter einem Winkel, der gleich gross ist wie der Drehwinkel α.
Begründung:
Die Winkelsumme in einem Viereck beträgt 360°.
Die beiden Winkel bei F und F' sind je 90°, zusammen also 180°.
α und β müssen demnach zusammen auch 180° sein: $\alpha + \beta = 180°$.
Der Nebenwinkel von β ist folglich genau gleich gross wie α.



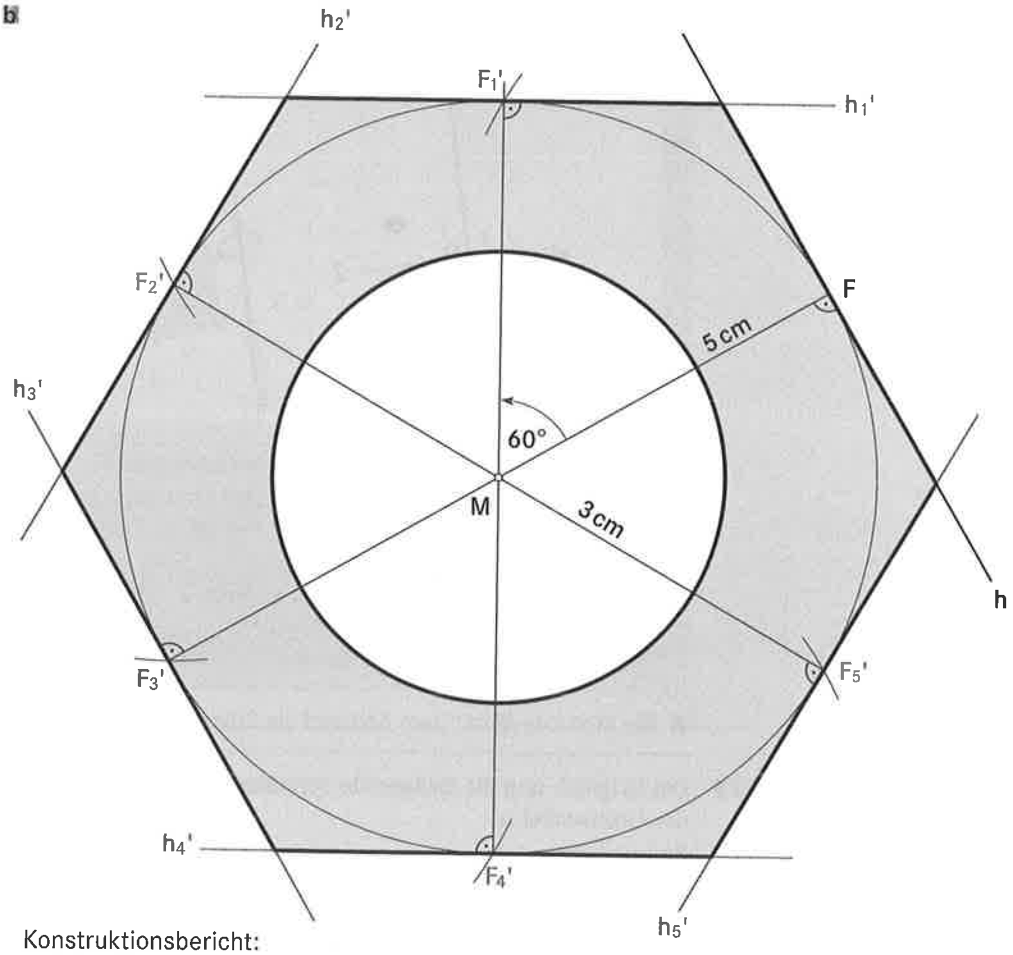
B326 Um 37°

B327 ■ Konstruktionsbericht:

- $MF = 4\,cm$
- $h \perp MF$ durch F
- h mit 40°, ⊕ um M drehen ⟶ F_1', h_1'
- h_1' noch 7-mal weiter drehen, am einfachsten durch Vervielfachen des Winkels.
- Die Schnittpunkte von je zwei «aufeinanderfolgenden» Geraden bilden die Ecken des gesuchten Neunecks.



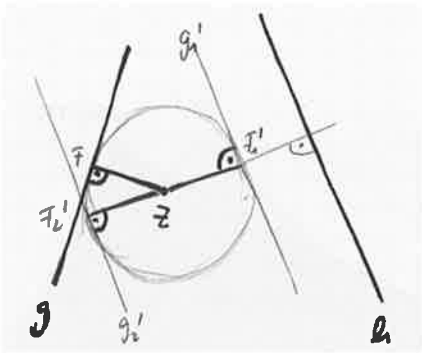
b

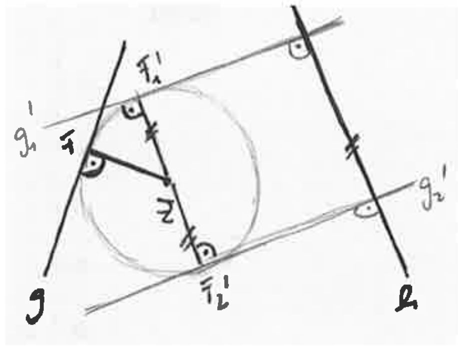


Konstruktionsbericht:

- $MF = 5\,cm$
- Kreis um M mit Radius 3 cm
- $h \perp MF$ durch F
- h mit 60°, ⊕ um M drehen ⟶ F_1', h_1'
- h_1' noch 4-mal weiter drehen, am einfachsten durch Vervielfachen des Winkels.
- Die Schnittpunkte von je zwei «aufeinanderfolgenden» Geraden bilden die Ecken des gesuchten Sechsecks.

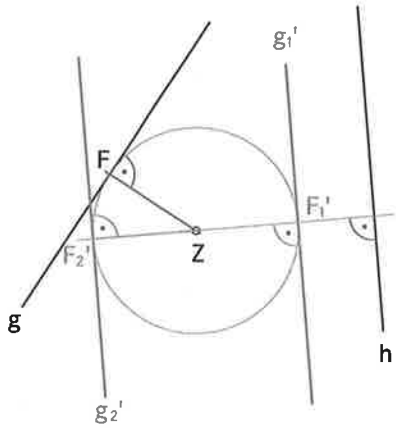
B328

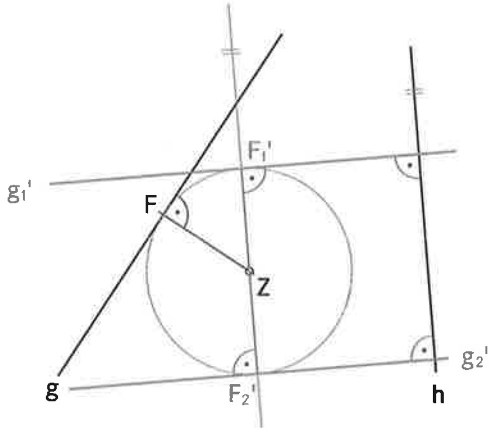




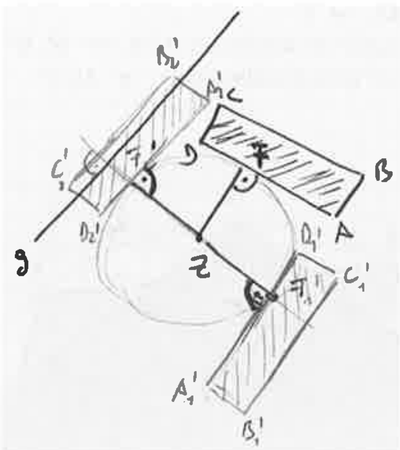
Lösungsidee
Den Abstand von Z zu g als Drehhilfe benutzen: ZF so weit drehen, dass ZF' ⊥ h wird (2 Lösungen).

Lösungsidee
Den Abstand von Z zu g als Drehhilfe benutzen: ZF so weit drehen, dass ZF' // h wird (2 Lösungen).

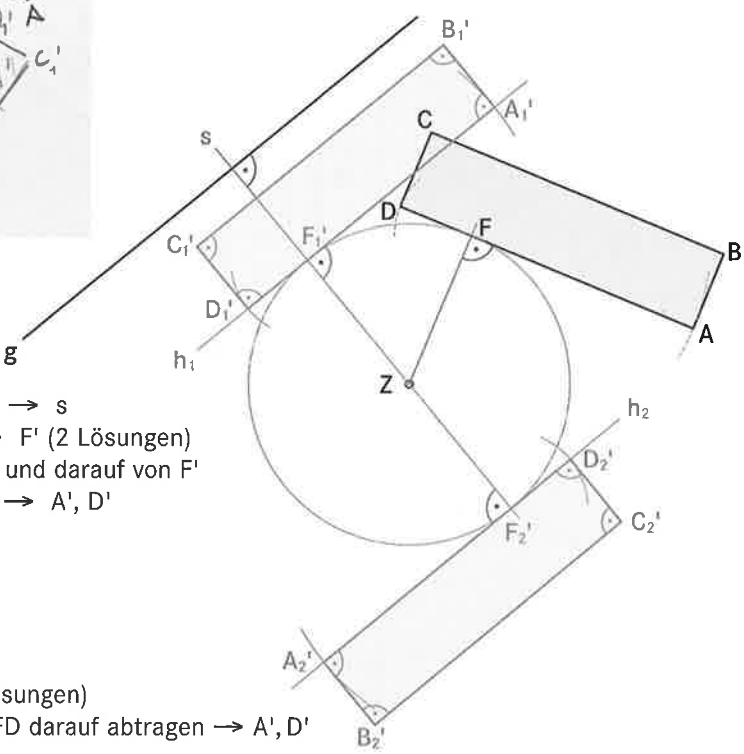




B329



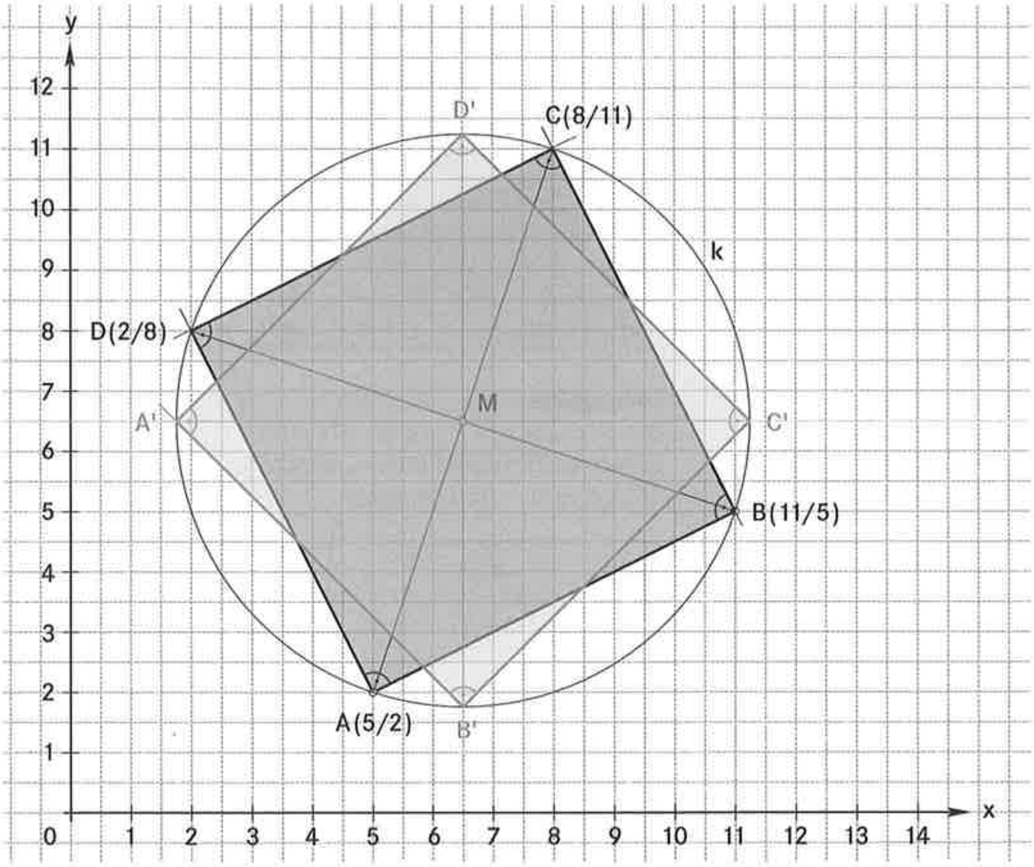
Lösungsidee:
Abstand ZF von Z zum Rechteck (Stützstrecke) soweit drehen, bis sie senkrecht zu g steht. Damit wird die Rechteckseite AD parallel zu g



Konstruktionsbericht
in Worten:
- Senkrechte zu AD durch Z ⟶ F
- Senkrechte zu g durch Z ⟶ s
- ZF drehen bis F auf s ⟶ F' (2 Lösungen)
- Senkrechte zu s durch F' und darauf von F' aus FA und FD abtragen ⟶ A', D'
- Rechteck ergänzen

formal:
- $ZF \perp AD$, $F \in AD$
- $s \perp g$ durch Z
- $k(Z,ZF) \cap s$ ⟶ F' (2 Lösungen)
- $h \perp ZF'$ durch F', AF und FD darauf abtragen ⟶ A', D'
- Rechteck ergänzen

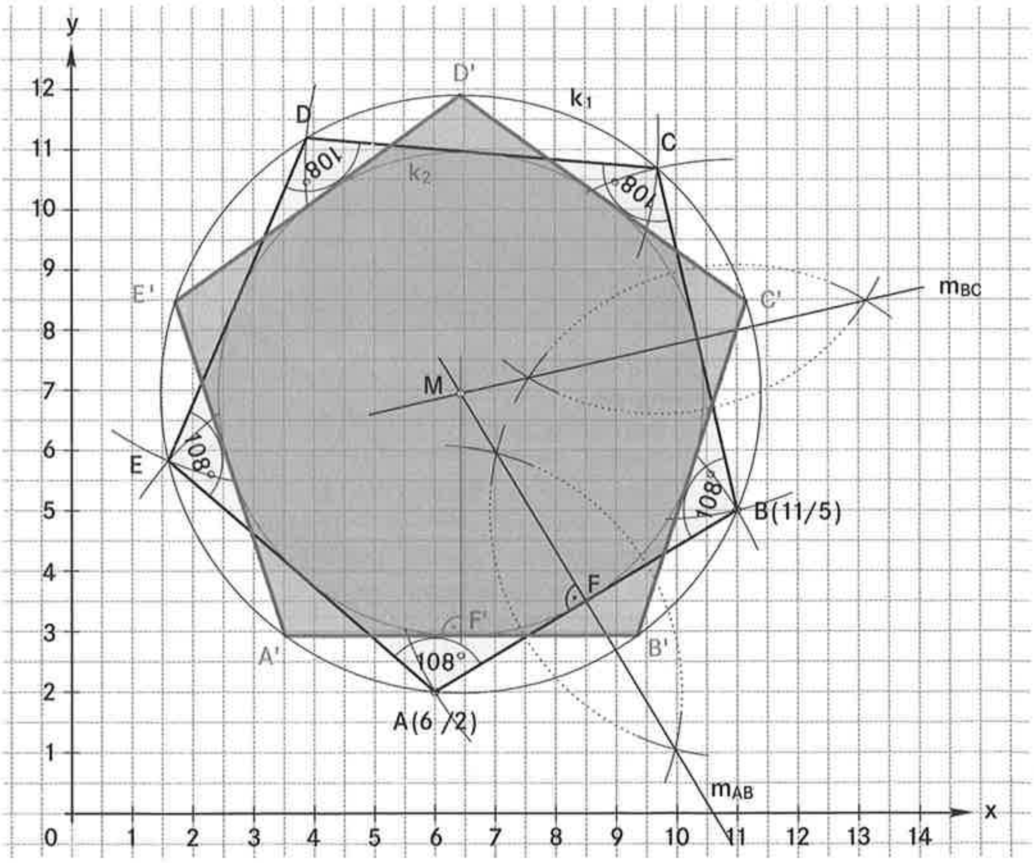
B330



Lösungsidee: Ecken wandern auf Kreis, eine Diagonale muss senkrecht zur x-Achse stehen.

Konstruktionsbericht:
- Kreis um M mit Radius MA → k
- Senkrechte zur x-Achse durch M schneiden mit k → B', D'
- Parallele zur x-Achse durch M schneiden mit k → A', C'

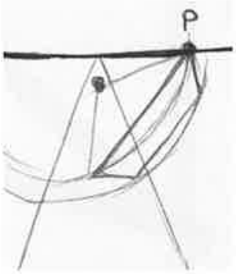
B331

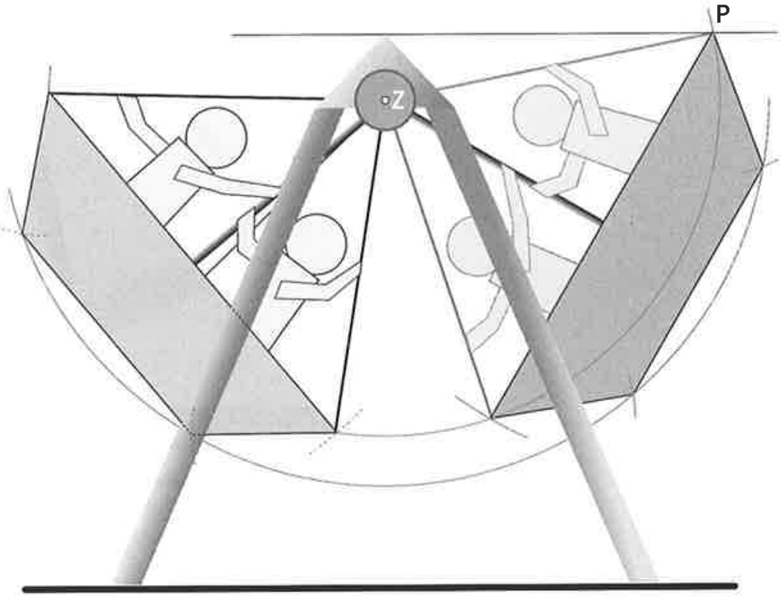


Lösungsidee:
Ecken wandern auf Kreis. Der Abstand MF vom Kreismittelpunkt M zu einer Seite muss senkrecht zur x-Achse stehen.

Konstruktionsbericht:
- Fünfeck: Beispielsweise mit Hilfe der Eckwinkel (108°) oder mit Hilfe des umgebenden Kreises und der Seitenlänge.
- m_{AB}, m_{BC} $\rightarrow$ F, M
- Kreise um M mit Radius MA und MF $\rightarrow$ k_1, k_2
- Senkrechte zur x-Achse durch M schneiden mit k_2 $\rightarrow$ F'
- Parallele zur x-Achse durch F' schneiden mit k_1 $\rightarrow$ A', B'
- Bildfünfeck vervollständigen

B332

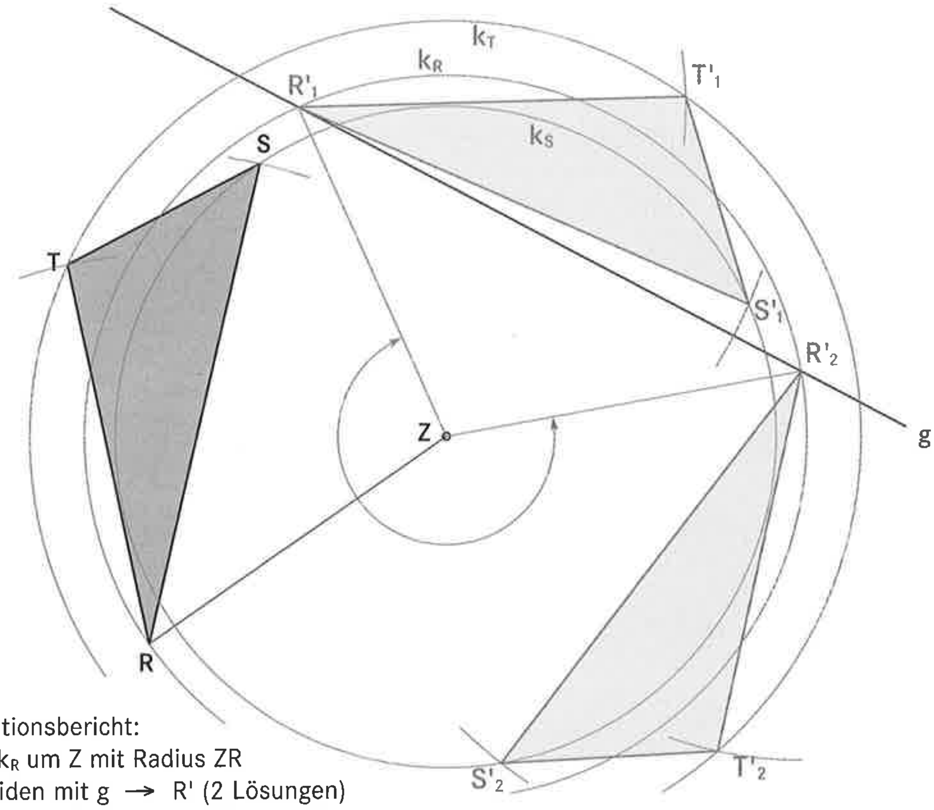




Die Ecken des Schiffs wandern auf Kreisbogen. Schlägt die erste Ecke P oben an, ist die Lage des Schiffs festgelegt. Die restlichen Ecken lassen sich bequem durch Abtragen von Strecken gewinnen.

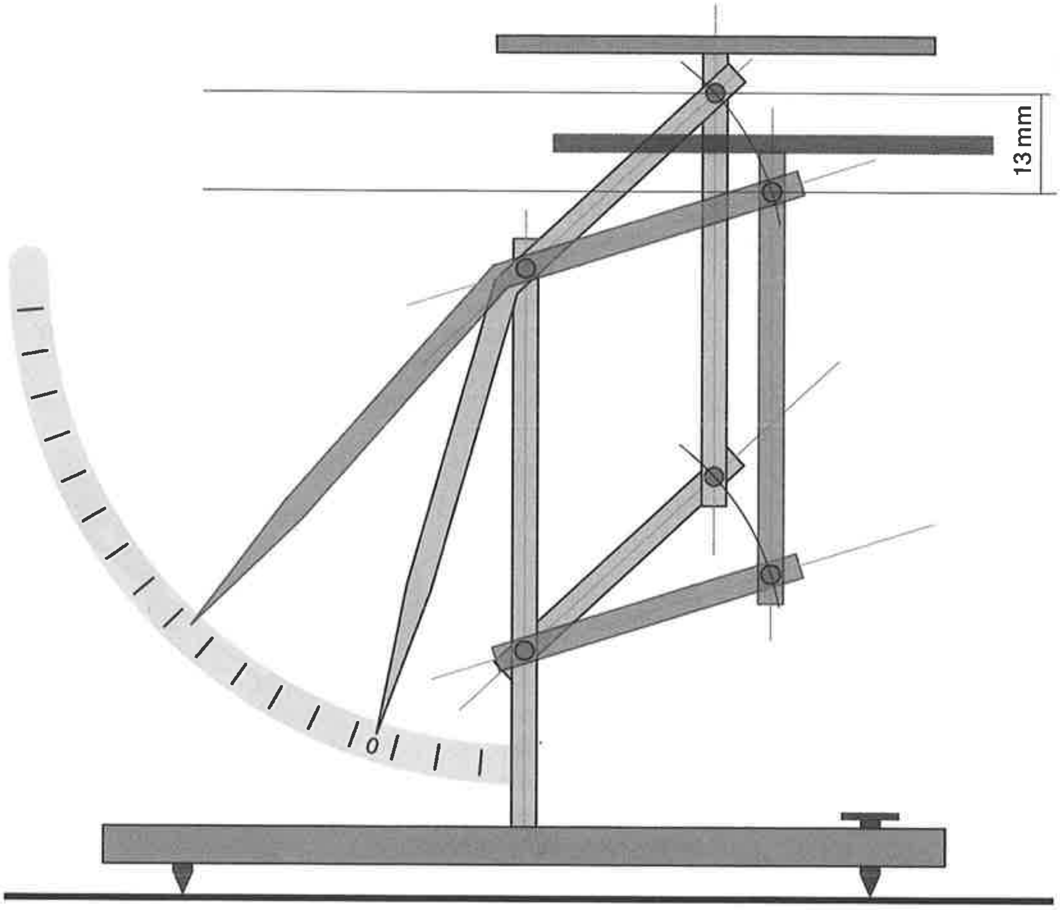
B333 Arbeitsblatt

B334



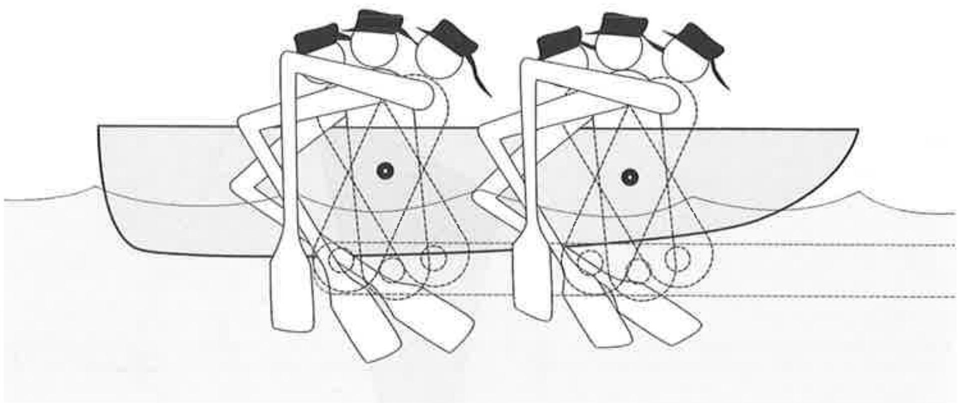
Konstruktionsbericht:
- Kreis k_R um Z mit Radius ZR schneiden mit g $\rightarrow$ R' (2 Lösungen)
- Kreis k_T um Z mit Radius ZT; von R' aus RT auf k_T abtragen $\rightarrow$ T'
- Kreis k_S um Z mit Radius ZS; von R' aus RS auf k_S abtragen $\rightarrow$ S'

B335



B336 Arbeitsblatt

B337 **a** Unten ist die genaue Drehbewegung abgebildet.
Beachte die Stellung der Ruder. Hast du diese (sinngemäss) richtig skizziert?
Körper nach vorne, Ruder nach hinten – und umgekehrt.



b Die Kontaktstelle zwischen Körper und Lasche bewegt sich beim Bewegen auf einem Kreis. Damit dies möglich ist, muss sich entweder
- die Lasche leicht nach oben und unten bewegen lassen

oder
- bei der Befestigungsstelle ein passender Schlitz angebracht werden, damit sich der Bestigungsknopf nach oben und unten bewegen kann.

B338 Alle drei haben «ein bisschen» Recht.

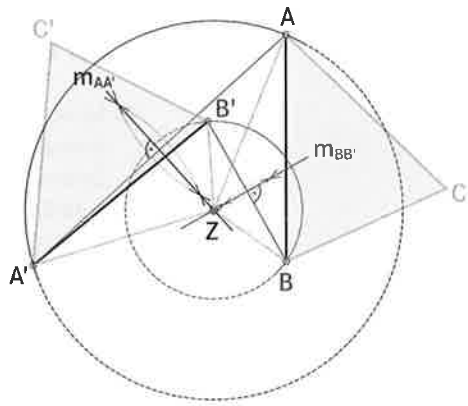
Renato: Es genügt tatsächlich, wenn man bei jedem Geodreieck nur auf eine Seite achtet – es muss aber überall dieselbe Seite sein.
Wenn Renato unter «irgendwie» eine beliebige, allgemeine Lage der Dreiecke zueinander versteht – und nicht darauf achtet, ob bei beiden Geodreiecken die gleiche oder verschiedene Seiten oben liegen, dann gibt es tatsächlich immer eine Drehung, die das eine ins andere Geodreieck überführt.

Maria: Bei speziellen Lagen gibt es keine Drehung. Insofern hat auch Maria recht.
Sind die beiden Geodreiecke beispielsweise aus der selben Ausgangslage heraus parallel verschoben worden (in der Abbildung: die beiden Geodreiecke ganz rechts), so gibt es keine Drehung.
Wenn man zusätzlich die Unter- und die Oberseite als verschieden betrachtet, gibt es auch keine Drehung, wenn zwei verschiedene Seiten oben liegen.

Markus: Ja das stimmt. Eine Drehung ist dann bestimmt, wenn das Drehzentrum und der Drehwinkel bekannt sind. Beide Elemente lassen sich jedoch herausfinden.

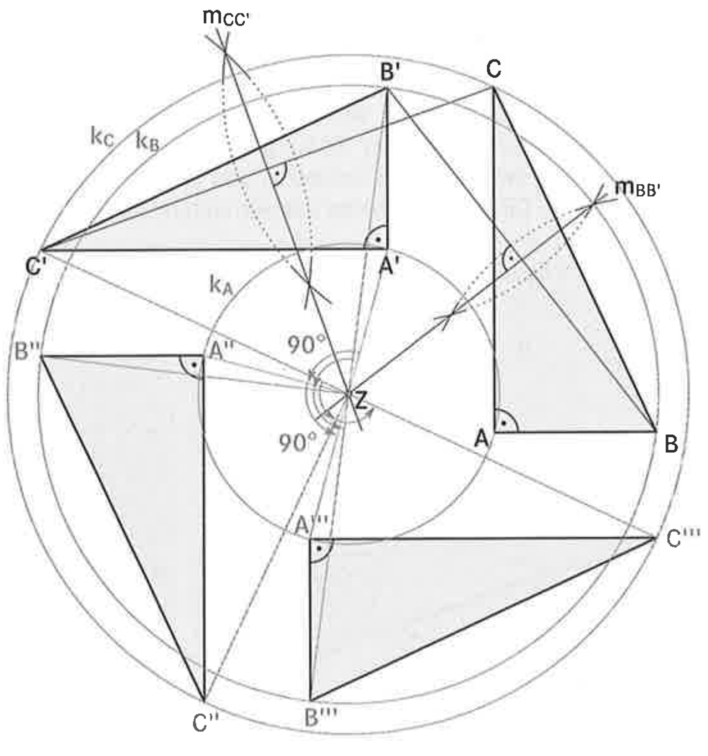
Bestimmung des Drehpunktes

Kennt man von einer Drehung einen Originalpunkt A und den zugehörigen Bildpunkt A', so weiss man, dass diese auf einem Kreis, dem «Drehkreis» liegen. Der Mittelpunkt dieses Kreises muss irgendwo auf der Mittelsenkrechten $m_{AA'}$ von A und A' liegen (Symmetrieachse). Für ein zweites Punktepaar, bestehend aus Originalpunkt B und Bildpunkt B', gilt dasselbe in Bezug auf die Mittelsenkrechte $m_{BB'}$.



Eine Drehung ist somit eindeutig bestimmt, sobald zwei Originalpunkte A, B und die zugehörigen Bildpunkte A', B' bzw. eine Strecke und die zugehörige Bildstrecke gegeben sind.
Das Drehzentrum Z ist der gemeinsame Mittelpunkt der beiden «Drehkreise»: Es liegt auf beiden Mittelsenkrechten $m_{AA'}$ und $m_{BB'}$ und ist folglich deren Schnittpunkt.

B339



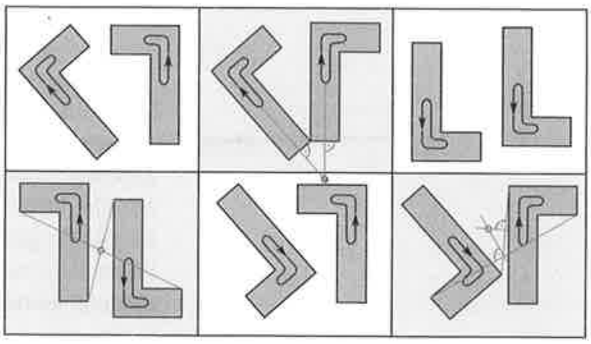
Lösungsidee:
Die Mittelsenkrechten von BB' und CC' schneiden sich im Drehpunkt Z.

Der Drehwinkel ist 90° (A'C' ⊥ AC).

B340 **a** Der Umlausinn muss bei beiden Figuren gleich sein und sie dürfen nicht durch paralleles Verschieben auseinander hervorgehen.

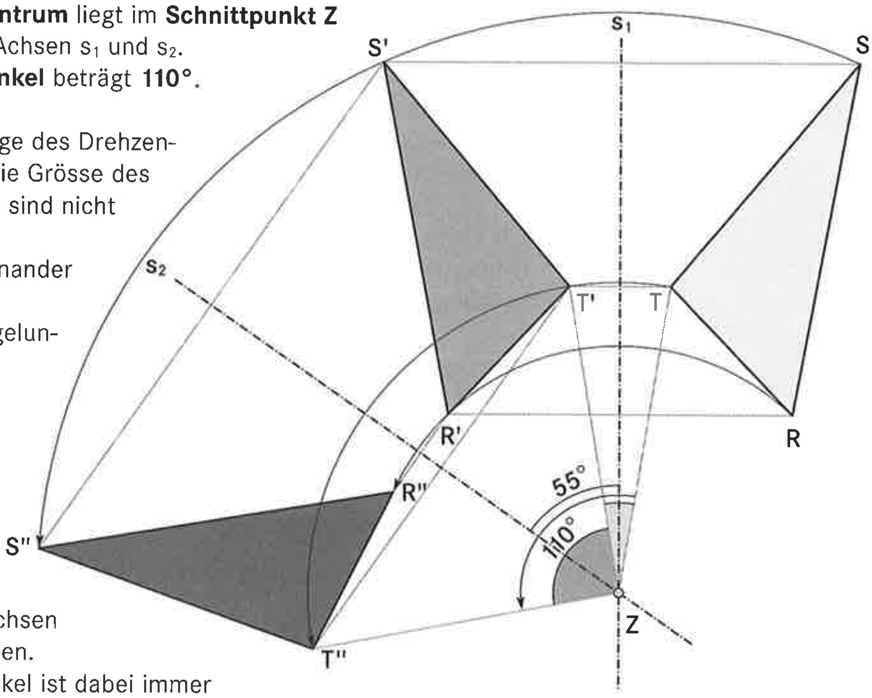
Es fallen somit ausser Betracht:
obere Reihe
Bild links: Umlaufsinn verschieden
Bild rechts: parallel verschoben
untere Reihe
Bild Mitte: Umlaufsinn verschieden

Die andern drei Figurenpaare können durch Drehung ineinander übergeführt werden.



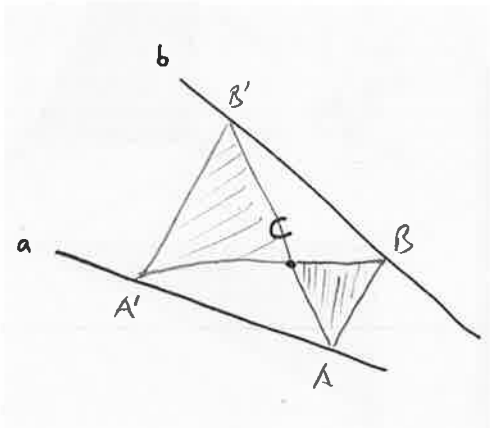
b Drehzentrum = Schnittpunkt von geeigneten Mittelsenkrechten. Unten links: Punktsymmetrie

B341 **a** Das **Drehzentrum** liegt im **Schnittpunkt Z** der beiden Achsen s_1 und s_2.
Der **Drehwinkel** beträgt **110°**.

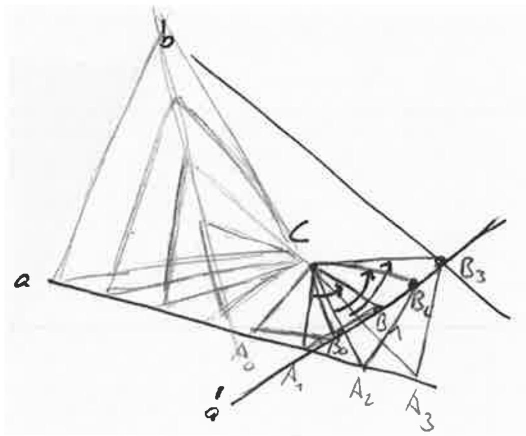


b Nein, die Lage des Drehzentrums und die Grösse des Drehwinkels sind nicht zufällig.
Zwei nacheinander ausgeführte Achsenspiegelungen an sich schneidenden Achsen können immer durch eine Drehung am Schnittpunkt der Achsen ersetzt werden.
Der Drehwinkel ist dabei immer doppelt so gross wie der Winkel zwischen den beiden Achsen.
Dies lässt sich anhand der Färbung in der Abbildung oben direkt ablesen:
Der Winkel zwischen den Achsen s_1 und s_2 besteht aus einem hellen und einem dunklen Winkelteil. Diese haben beide auf der andern Seite der zugehörigen Achse ein Spiegelbild.

B342 Skizze der Lösungssituation:



Skizze mit Lösungsidee:

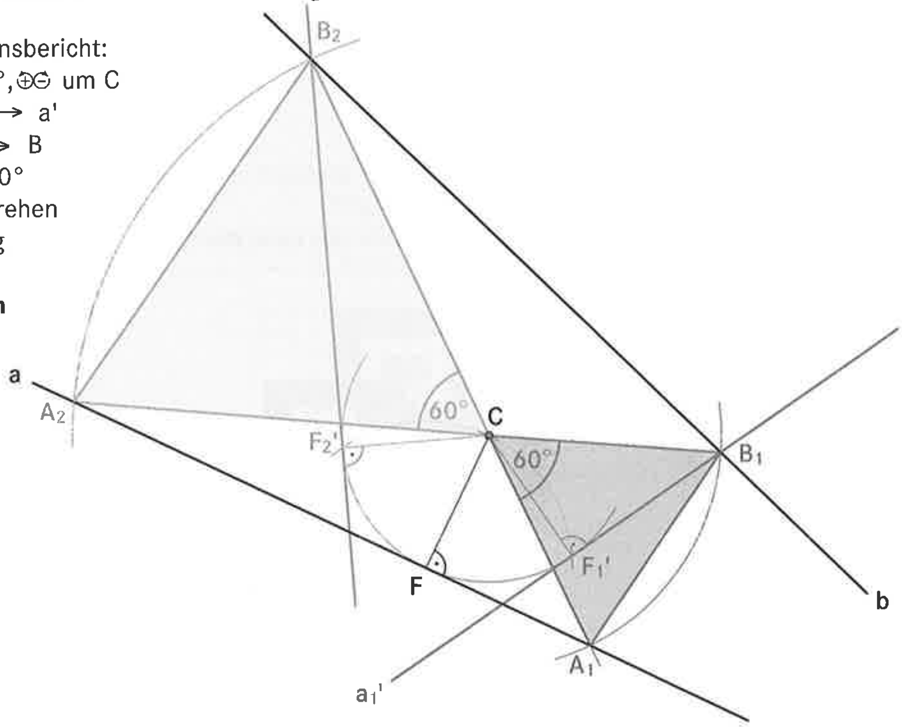


Lässt man die Bedingung weg, dass die Ecke B auf der Geraden b liegt, und skizziert eine Reihe von gleichseitigen Dreiecken mit einer Ecke A auf a, so sieht man bald, dass alle Ecken B auf einer Geraden liegen. Dort, wo diese Gerade die Gerade b schneidet, liegt der gesuchte Eckpunkt B.

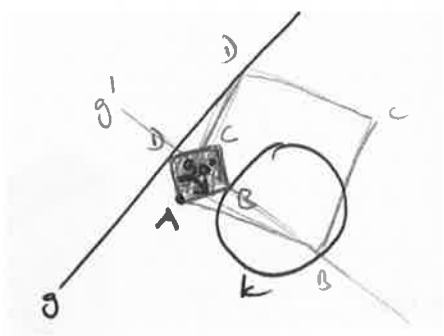
Genauere Ueberlegungen zeigen:
Hat man einen ersten Punkt A_1 auf a gewählt, so erhält man die Ecke B_1 indem man A_1C mit 60°, ⊕⊖ um C dreht.
Genauso verhält es sich mit allen weiteren Punkten B_2, B_3, B_4, ...
Weil die gewählten Ecken A_x irgendwo auf a liegen, liegen die zugehörigen Ecken B_x irgendwo auf der Bildgeraden a', die durch Drehung von a mit 60°, ⊕⊖ um C entstanden ist.
Es gibt 2 Lösungen.

Konstruktionsbericht:
- a mit 60°,⊕⊖ um C drehen → a'
- a'∩ b → B
- CB mit 60° zurückdrehen → A∈g

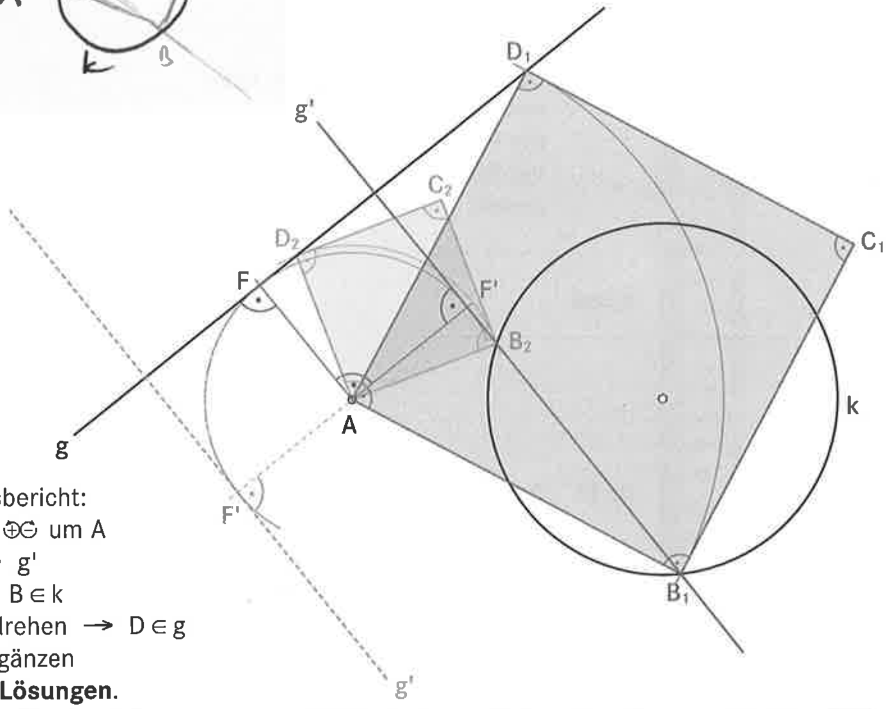
2 Lösungen



B343



Die Seite AB kann durch Drehen der Seite AD mit 90° um A gewonnen werden.
→ **Lösungsidee**:
Gerade g mit 90°, ⊕⊖ um A drehen. Es sind maximal vier Lösungen möglich. (Jede der beiden gedrehten Geraden kann zwei Schnittpunkt mit dem Kreis haben.

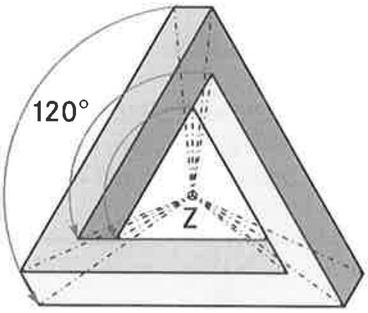


Konstruktionsbericht:
- g mit 90°, ⊕⊖ um A drehen → g'
- g' ∩ k → B∈k
- AB zurückdrehen → D∈g
- C durch Ergänzen

Es gibt nur **2 Lösungen**.

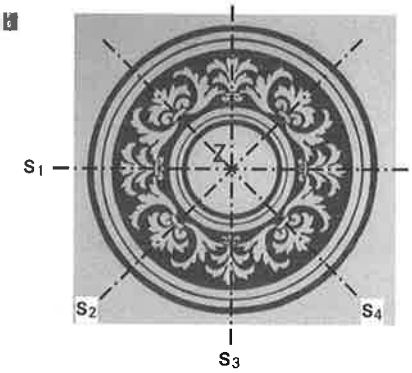
B344 -

B345 a



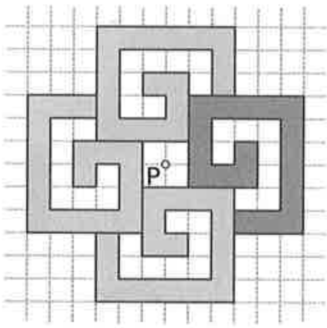
Die Figur ist nur drehsymmetrisch.
Drehwinkel = 120°,
Zentrum = Mitte des innersten Dreiecks.

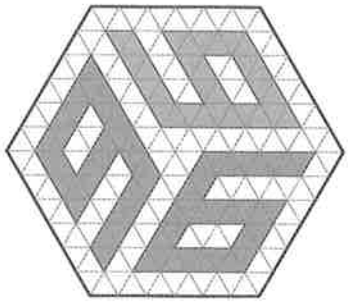
b



Die Figur hat 4 Spiegelachsen.
Sie ist zudem drehsymmetrisch mit dem Winkel 90°.

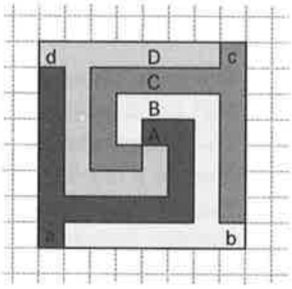
B346





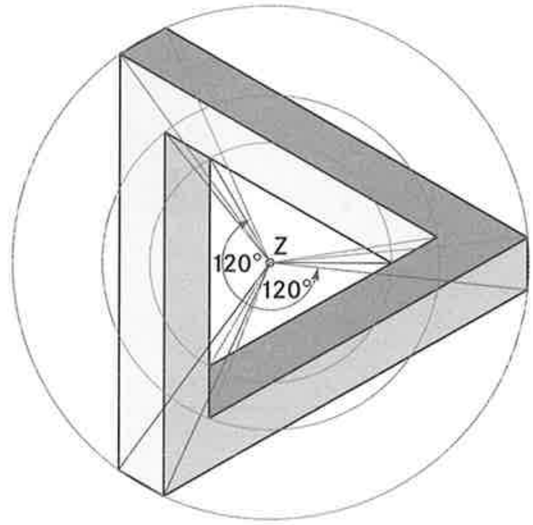
B347 Die Figur hat einen Drehwinkel von 120°.

B348



B349 Der Drehwinkel muss ein Teiler von 360° sein.
Die Figur wird am besten durch Vervielfachen des Drehwinkels erstellt (Winkelbogen abtragen).

B350



B351 a Nein.

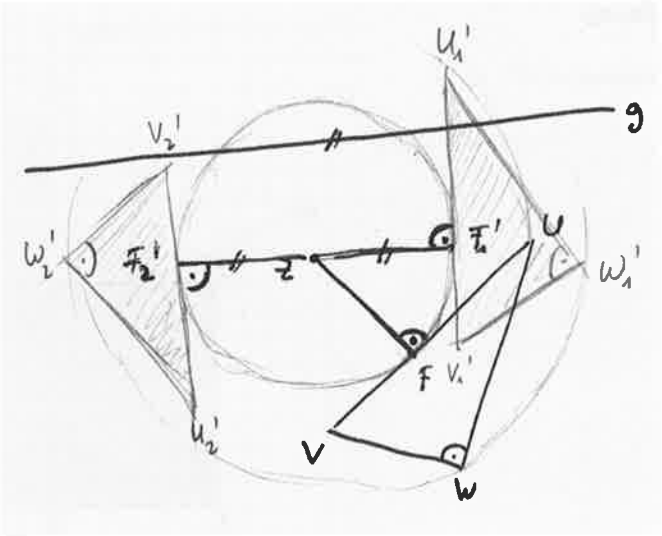
Begründung 1: Gegenüber einer Ecke liegt eine Seite. Das kann nicht sein bei einer punktsymmetrischen Figur.

Begründung 2: Der Drehwinkel eines regelmässigen (= drehsymmetrischen) Neunecks ist 40°. 40° ist jedoch kein Teiler von 180°.

b Ja, eine Punktspiegelung ist eine Drehung mit einem Drehwinkel von 180°.

c Nein. Es braucht
- zwei Original- und deren Bildpunkte oder
- einen Original- und seinen Bildpunkt plus das Zentrum.

B352

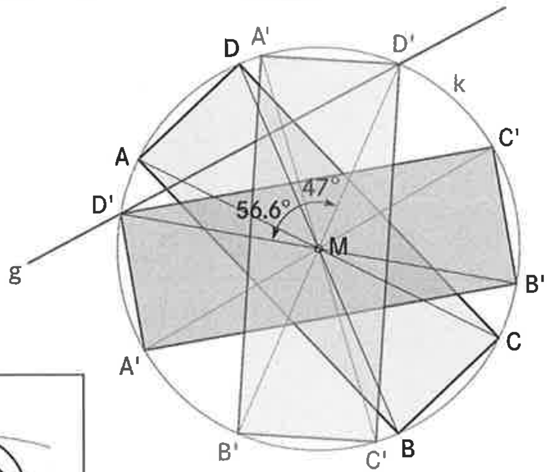


Lösungsidee:
Abstand von Z zu UV drehen bis er parallel zu g liegt.

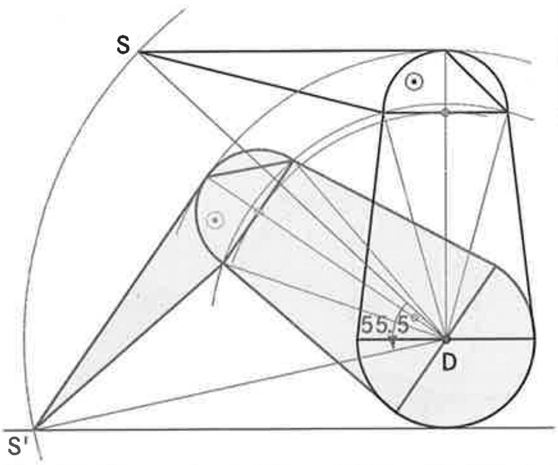
Konstruktionsbericht:
- Senkrechte zu UV durch Z → F
- Parallele zu g durch Z und darauf ZF abtragen → F' (2 Lösungen)
- Senkrechte zu ZF' durch F' und darauf von F' aus FU und FV abtragen → U', V'
- Kreis um Z mit Radius ZW
- VW von V' aus auf diesen Kreis abtragen → W'

Es gibt zwei Lösungen.

B353 Konstruktionsbericht:
- Kreis k um M mit Radius MD.
- k schneidet g in D' (2 Lösungen).
- Bildrechteck mit Hilfe des Drehwinkels, der rechten Winkel und der Parallelität ergänzen.
  (Drehwinkel am bequemsten direkt auf dem Kreis abtragen.)
- Drehwinkel: 47°, ⊖
  56.6°, ⊕



B354

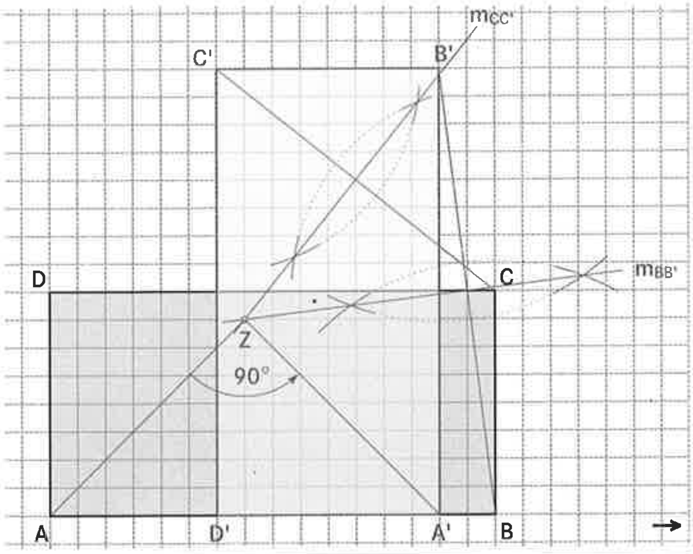


Drehwinkel: 55.5°

B355 Es sind zwei verschiedene Lösungen möglich.

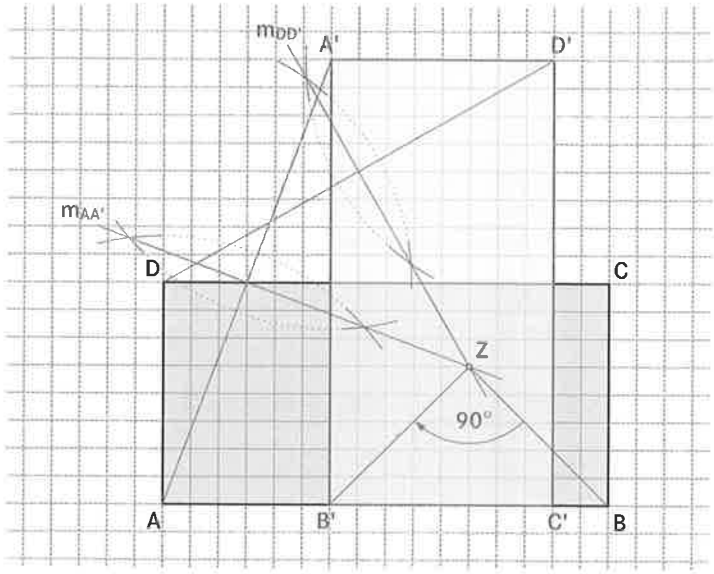
1. Lösung

Drehwinkel = 90°, ⊕

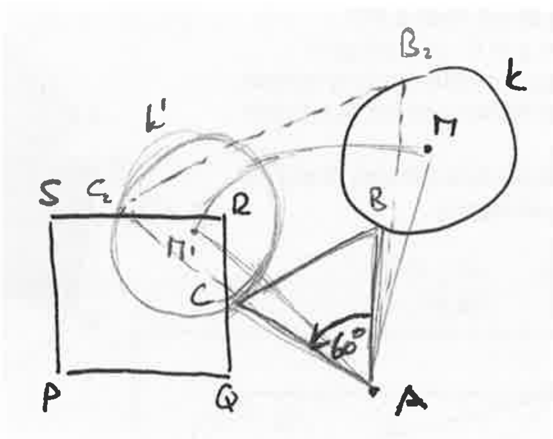


→ **2. Lösung**

Drehwinkel = 90°, ⊖



B356

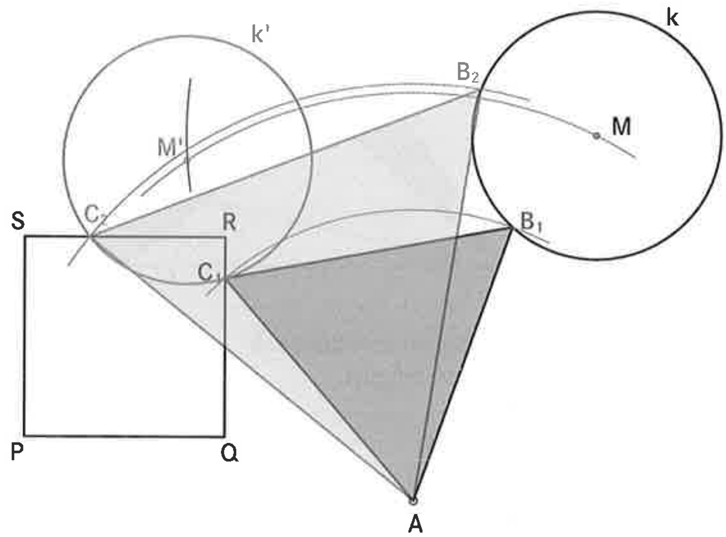


Lösungsidee:
Das gleichseitige Dreieck hat 60°-Winkel. Eine Drehung um 60° (Kreis oder Quadrat) liefert somit die Lösungen.

Es sind mehrere Lösungen möglich.

Konstruktionsbericht:
- Kreis k mit 60°, ⊕ um A drehen → k'.
- k' mit Quadrat PQRS schneiden → C (2 Lösungen).
- AC zurück drehen → B ∈ k.

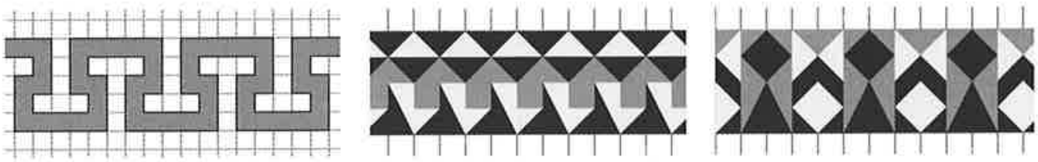
Es gibt 2 Lösungen.



B4 Schubsymmetrie – Verschiebung

B41 –

B42 ■ ■ ■



Typisch ist, dass das gleiche Muster in gleichen Abständen immer wiederkehrt.

B43

1	schubsymmetrisch	gemäss Definition verschoben
2	nicht schubsymmetrisch	die Herzen sind gedreht
3	nicht schubsymmetrisch	nicht um denselben Abstand verschoben
4	nicht schubsymmetrisch	nicht in dieselbe Richtung verschoben
5	schubsymmetrisch	Gruppen von 2 Herzen gemäss Definition verschoben
6	schubsymmetrisch	Gruppen von 2 Herzen gemäss Definition verschoben

B44 ■ **1** nur Schubsymmetrie

2 zusätzlich Achsensymmetrie bezüglich einer Längsachse

3 zusätzlich Achsensymmetrie bezüglich Querachsen

4 zusätzlich Punktsymmetrie

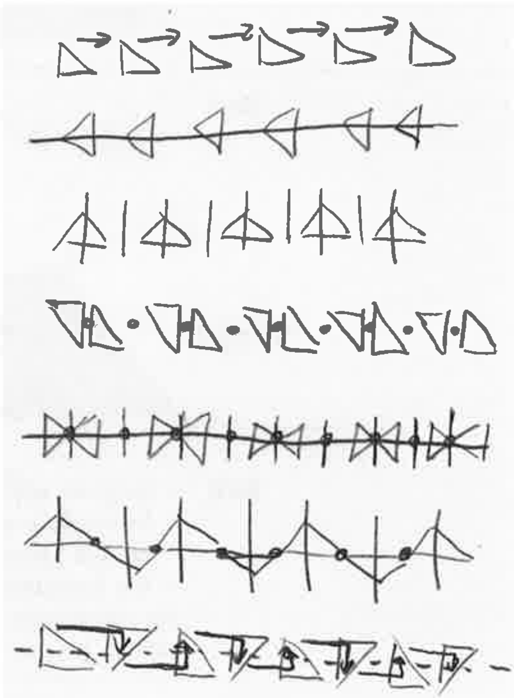
5 zusätzlich Achsensymmetrie bezüglich einer Längsachse und bezüglich Querachsen – also auch Punktsymmetrie

6 zusätzlich abwechslungsweise Punktsymmetrie und Achsensymmetrie (Querachsen)

7 Schub-Spiegelsymmetrie: Indem das Motiv **verschoben** und dann an der Längsachse **gespiegelt** wird, kommt es wieder mit sich selbst zur Deckung.

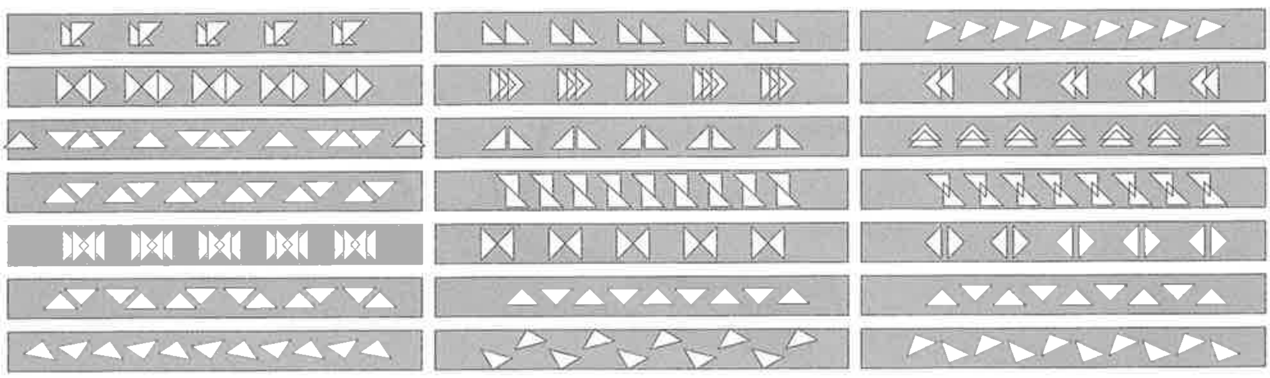
verschoben

gespiegelt



■ Nein es ist kein neuer Typ. Es handelt sich um eine gewöhnliche Schubsymmetrie einer Zweiergruppe.

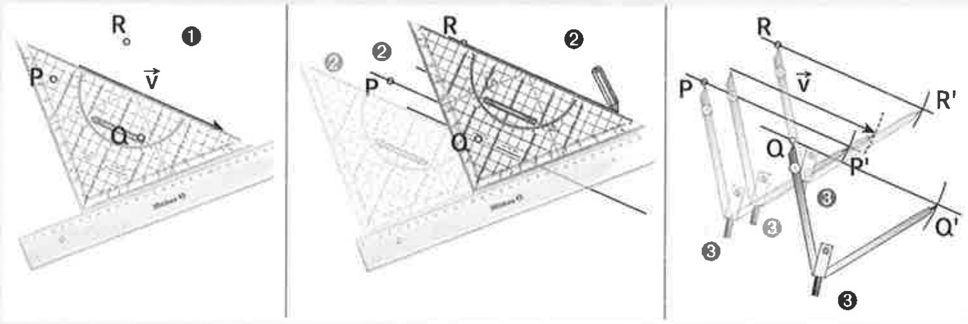
■ Beispiele:



B45 ■ Brücke — Typ 3 Querachsen
Unter-Dach-Malerei — Typ 6 abwechselnd Punkt- und Achsensymmetrie
Schachtel-Ornament — Typ 5 Längsachse und Querachsen
Tigerplakate — Typ 1 nur Schubsymmetrie
Teppich — Typ 5 Längsachse und Querachsen
Fussspuren — Typ 7 Schub-Spiegelsymmetrie
Geländerverzierung — Typ 4 Punktsymmetrie

P —$\vec{v}$→ P'

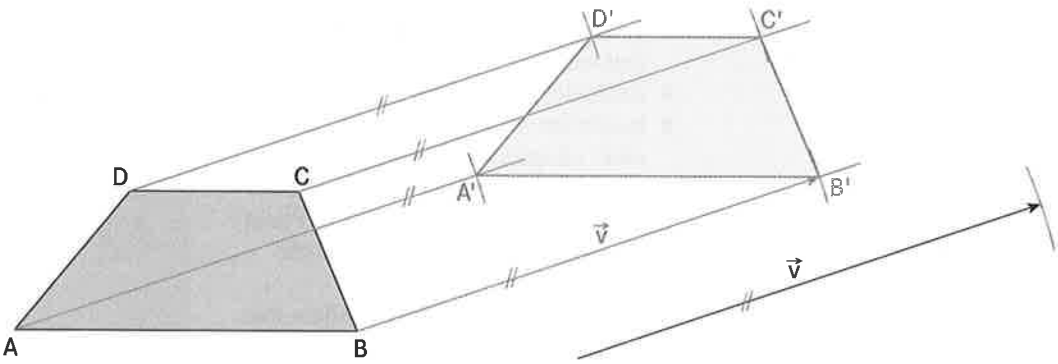
B46 **Punkte um einen vorgegebenen Pfeil $\vec{v}$ verschieben**



❶ & ❷ Parallelen zu $\vec{v}$ durch P, Q und R legen.
❸ Darauf die Länge von $\vec{v}$ abtragen → P', Q', R'.

formal: P, Q, R —$\vec{v}$→ P', Q', R'

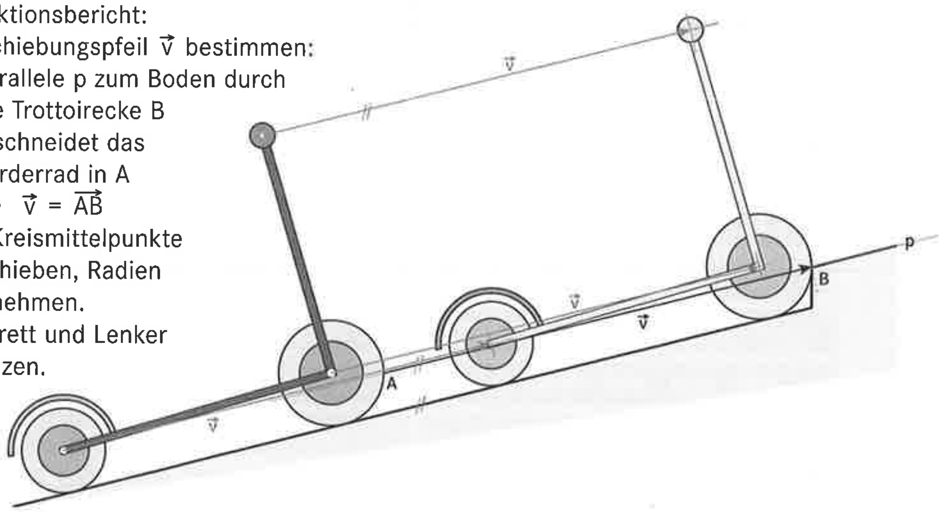
B47



B48 - Original- und Bildfigur sind **deckungsgleich (kongruent).**
Insbesondere gilt: Einander entsprechende Original- und Bildseiten (Strecken) sind **parallel und gleich lang**, einander entsprechende Original- und Bildwinkel sind **gleich gross**.
- Die Eckenbeschriftungen von Original- und Bildfigur haben den **gleichen Umlaufsinn.**

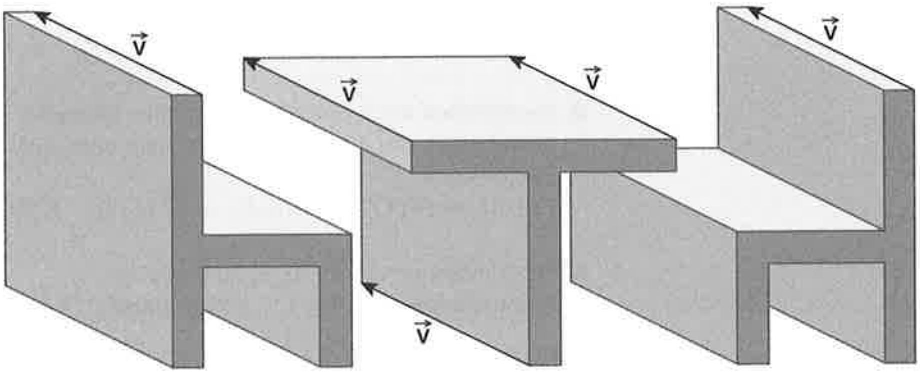
Am schnellsten erkennt man eine Verschiebung daran, dass alle Seiten von Bild- und Originalfigur parallel und gleich lang sind.

B49 Konstruktionsbericht:
- Verschiebungspfeil $\vec{v}$ bestimmen:
  - Parallele p zum Boden durch die Trottoirecke B
  - p schneidet das Vorderrad in A
    → $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$
- Alle Kreismittelpunkte verschieben, Radien übernehmen.
- Trittbrett und Lenker ergänzen.

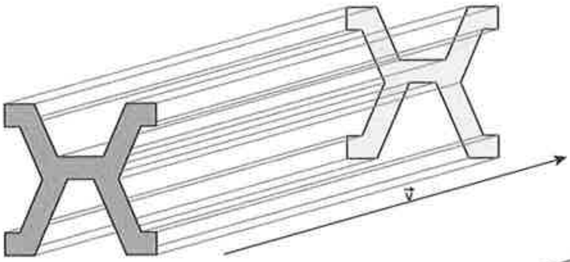


B410 Eigene Initialen

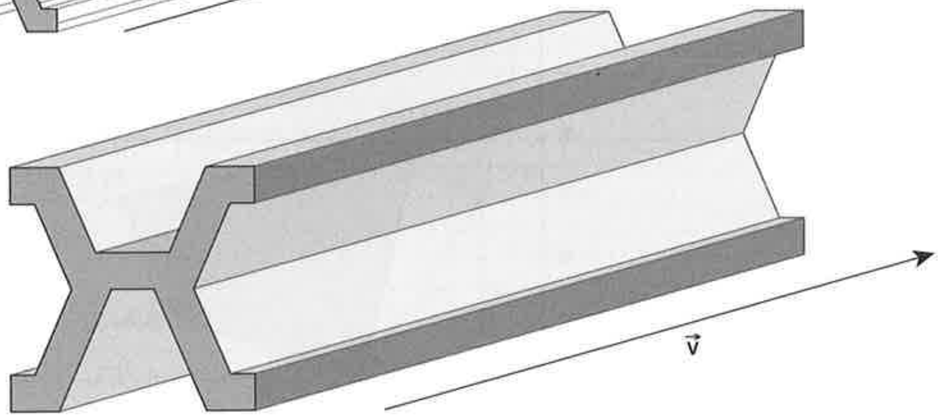
B411 ■, ■
Beispiel:



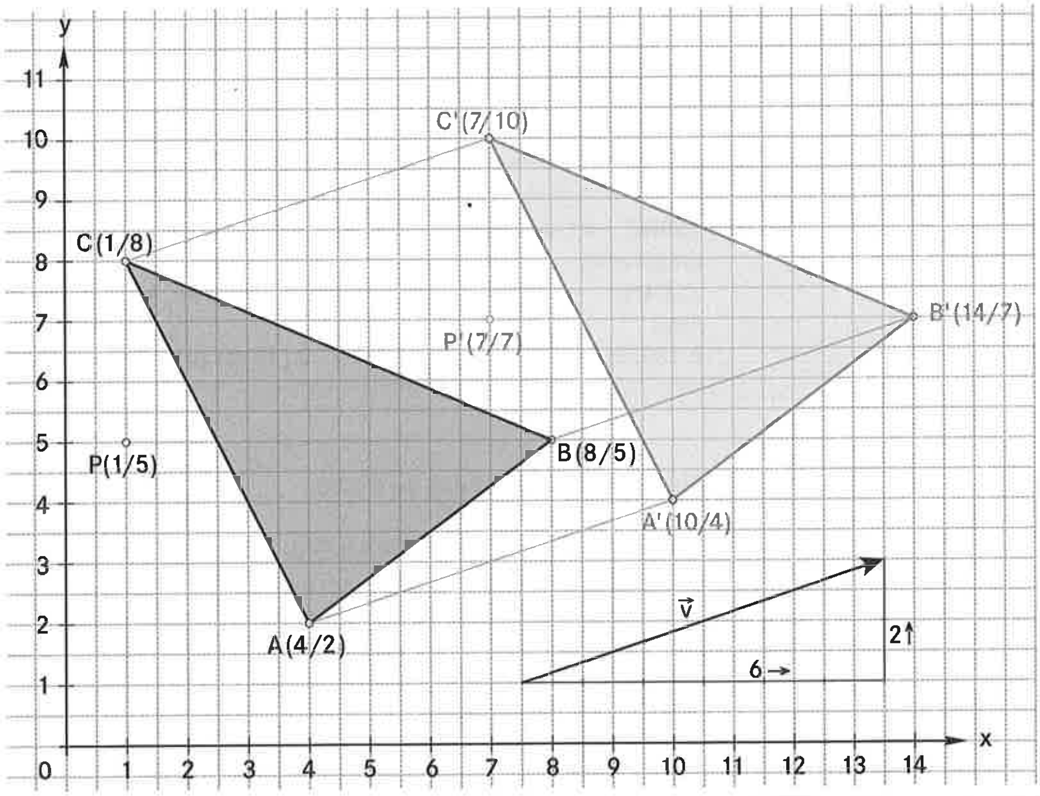
B412



Verschobene Figur noch ohne Flächen. Querschnitt in der Originalgrösse des Urmeters. Dieser wird in Paris aufbewahrt und entstand 1889 als Prototyp des Metermasses.
Figur mit getönten Flächen in derselben Grösse wie in den Lernspuren.



B413 ■ unten ■ P' hat als x-Koordinate 1 + 6 = **7** und als y-Koordinate 5 + 2 = **7**, also **P'(7/7)**



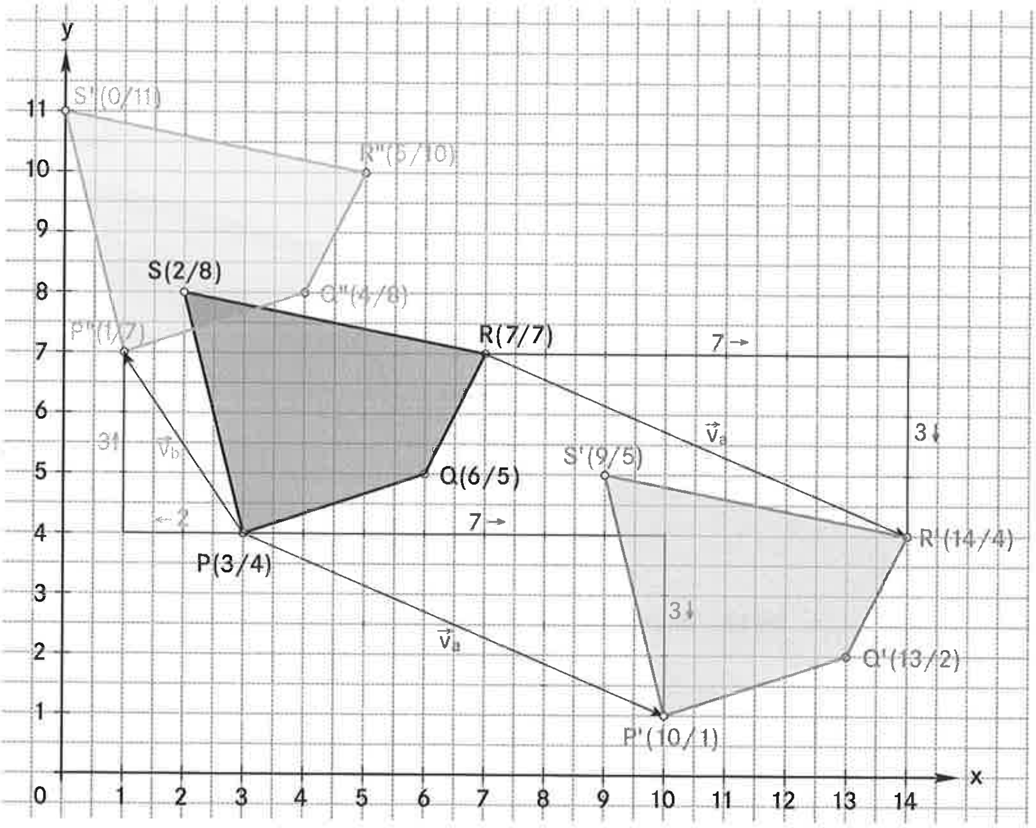
B414 **a** Verschieben um 7 Einheiten nach rechts bedeutet: die x-Koordinate vergrössert sich um 7.
Verschieben um 3 Einheiten nach unten bedeutet: die y-Koordinate verkleinert sich um 3.
Es gilt somit:
P(3/4) → P'(10/1), Q(6/5) → Q'(13/2), R(7/7) → R'(14/4), S(2/8) → S'(9/5)

b Verschieben um 2 Einheiten nach links bedeutet: die x-Koordinate verkleinert sich um 2.
Verschieben um 3 Einheiten nach oben bedeutet: die y-Koordinate vergrössert sich um 3.
Es gilt somit:
P(3/4) → P''(1/7), Q(6/5) → Q''(4/8), R(7/7) → R''(5/10), S(2/8) → S''(0/11)

c Beispielsweise von P'(10/1) zu P''(1/7):
x-Koordinate: 10 − **9** = 1, **y-Koordinate**: 1 + **6** = 7

Der Verschiebungspfeil $\vec{v}_c$ mit dem P'Q'R'S' auf P''Q''R''S'' verschoben wird, lässt sich demnach beschreiben durch: **9 Einheiten nach links und 6 Einheiten nach oben.**

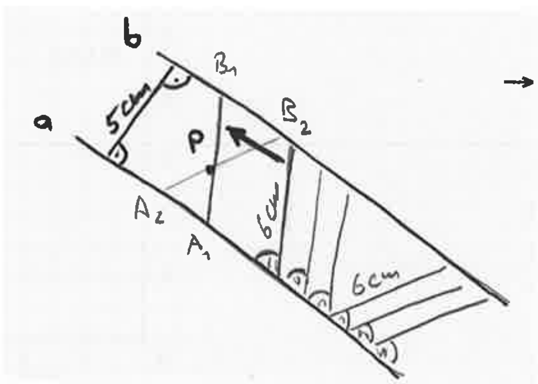
Zur Verdeutlichung: die genaue Situation im Koordinatensystem



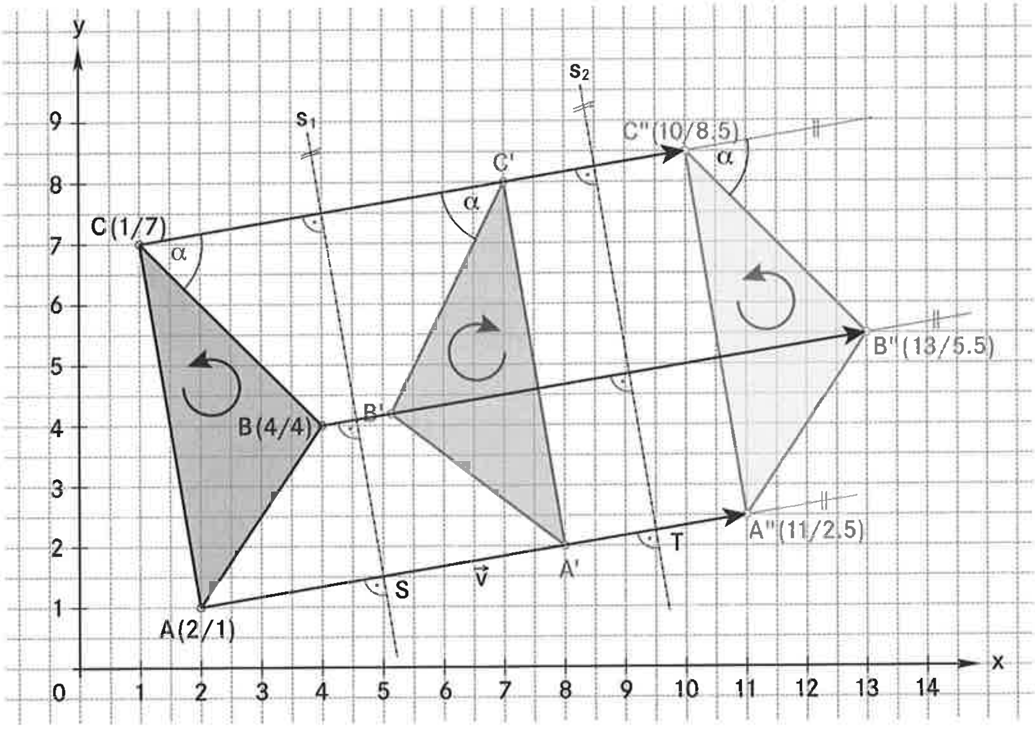
B415 △ABC → △A'B'C': 20 Einheiten nach rechts, 5 Einheiten nach oben.
umgekehrt:
△A'B'C' → △ABC: 20 Einheiten nach links, 5 Einheiten nach unten.
also:
A'(30/9) B'(47/5) C'(35/13) → **A(10/4) B(27/0) C(15/8)**

Skizze und Lösungsidee zu B420:

Alle 6 cm langen Strecken, deren Endpunkte auf den parallelen Geraden liegen, liegen im selben Winkel zu den Geraden. Kennt man eine solche Strecke, so kann man sie entlang a und b parallel durch den Punkt P verschieben.



B416



Das Dreieck A"B"C" hätte durch eine Verschiebung mit dem Verschiebungspfeil «9 nach rechts und 1.5 nach oben» aus dem Dreieck ABC gewonnen werden können.

B417 Wird eine Figur an einer Achse s_1 und ihr Bild an der zu s_1 parallelen Achse s_2 gespiegelt, so geht die letzte Bildfigur aus der Originalfigur durch eine **Verschiebung** hervor:
Die Figuren sind kongruent und haben den gleichen Umlaufsinn. Zudem liegen entsprechende Seiten parallel zueinander, wie der oben eingezeichnete Winkel α verdeutlicht.

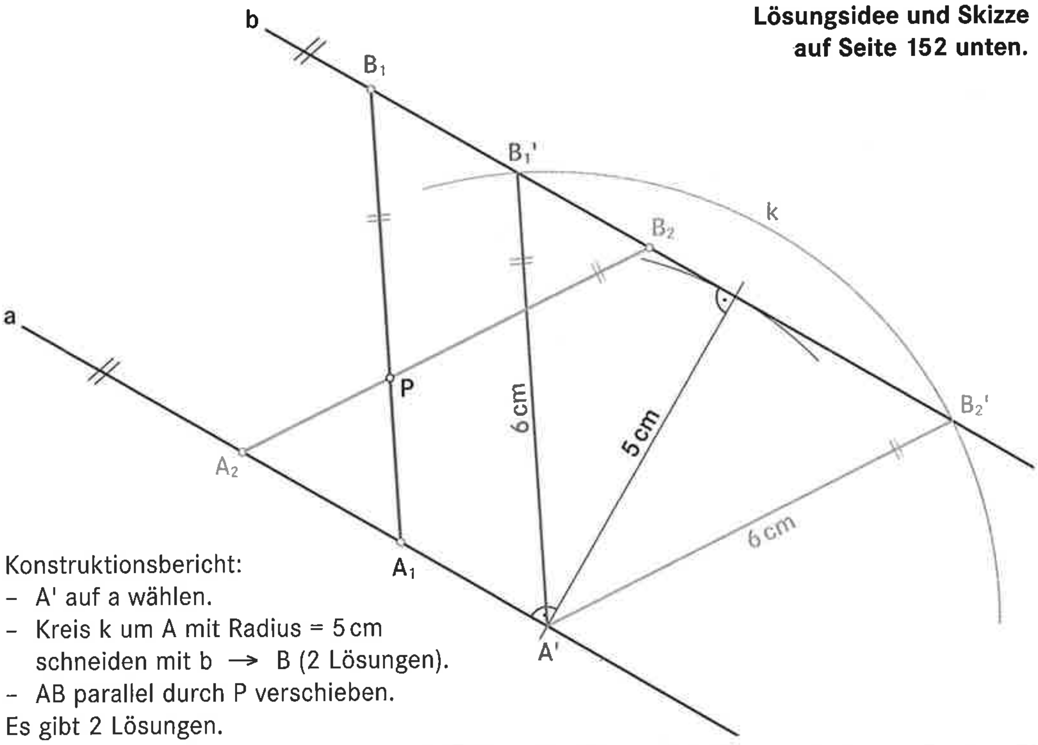
Der **Verschiebungspfeil** $\vec{v}$ ist **doppelt so lang wie der Abstand** der beiden Spiegelachsen und steht **senkrecht zu diesen.**
Dies lässt sich direkt der Abbildung entnehmen, da AS = SA' und A'T = TA''

B418 Dir ist sicher etwas Originelles eingefallen.

B419 Deiner Fantasie sind keine Grenzen gesetzt.

B420

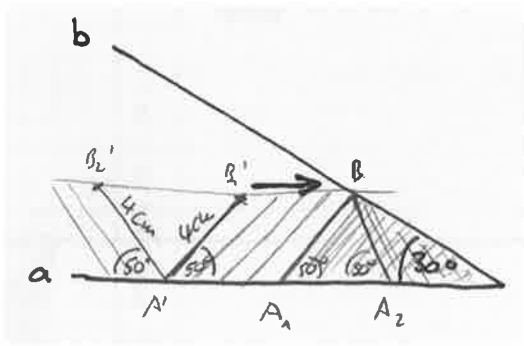
Lösungsidee und Skizze auf Seite 152 unten.

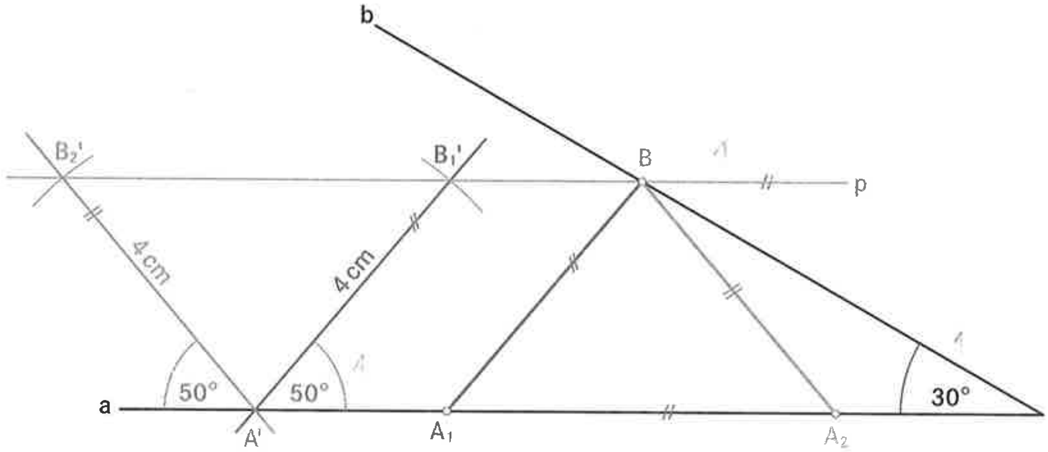


Konstruktionsbericht:
- A' auf a wählen.
- Kreis k um A mit Radius = 5 cm schneiden mit b → B (2 Lösungen).
- AB parallel durch P verschieben.

Es gibt 2 Lösungen.

B421 Lösungsidee:
Eine solche Strecke AB = 4 cm, die mit a einen Winkel von 50° bildet, irgendwo mit einem Endpunkt auf a einzeichnen.
Jetzt lässt sie sich entlang a parallel verschieben, bis sie an b «ansteht». Das ist dann die gesuchte Lage.
Der Punkt B wandert beim Verschieben auf einer Parallelen zu a. Diese wird bei der Konstruktion benutzt, um die genaue Lage von B auf b zu finden.





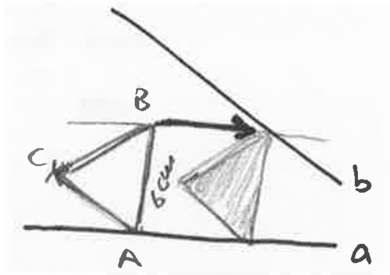
Konstruktionsbericht:
- A' auf a wählen.
- Winkel von 50° antragen → (2 Lösungen).
- 4 cm auf den gezeichneten Schenkeln abtragen → B'.
- Parallele p zu a durch B' schneiden mit b → B.
- A'B' parallel durch B verschieben → A.

Es gibt 2 Lösungen.

B422 **a** Dieses Problem kann mit Verschiebung gelöst werden, ein direktes Vorgehen ist aber einfacher. Es gibt verschiedene Lösungen.

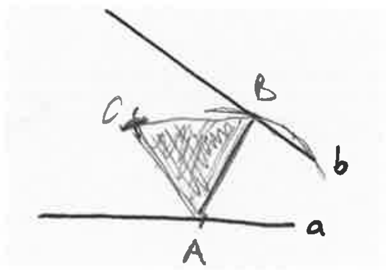
Mit Verschiebung:
- Irgendeine 6 cm lange Strecke AB mit Endpunkt A auf a zeichnen.
- Zum gleichseitigen Dreieck ABC ergänzen.
- Dreieck entlang a parallel verschieben, bis eine Ecken an a anstösst.

Es sind **beliebig viele Lösungen** möglich, da AB beliebig gewählt werden kann.



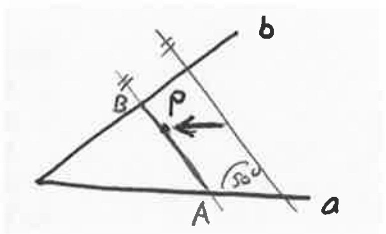
Ohne Verschiebung:
- Irgendein Punkt A auf a wählen.
- Kreis um A mit Radius 6 cm schneiden mit b → B.
- Dreieck ABC ergänzen.

Es sind **beliebig viele Lösungen** möglich, da A beliebig gewählt werden kann.



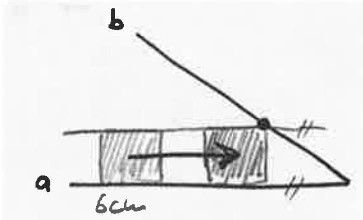
b Wird **mit Verschiebung** gelöst:
- Irgendeine Gerade mit 50°-Winkel zu a zeichnen.
- Parallel durch P verschieben.

Es gibt noch eine **zweite Lösung**: Winkel auf die andere Seite abtragen, bzw. Lösungsgerade an einer Vertikalen spiegeln.

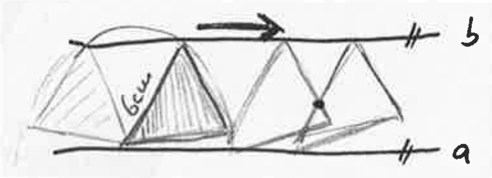


c Wird **mit Verschiebung** gelöst:
- Irgendwo ein Quadrat mit 6 cm Seitenlänge und einer Seite auf a zeichnen.
- Parallel entlang a verschieben, bis Ecke an b anschlägt.

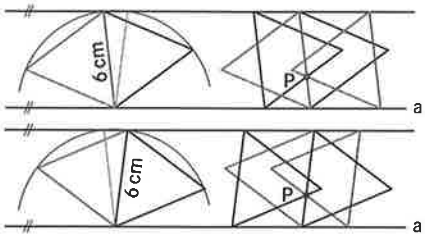
Nur **1 Lösung** möglich.



d Wird **mit Verschiebung** gelöst:
- Irgendwo eine Strecke der Länge 6 cm einpassen .
- Gleichseitiges Dreieck ergänzen .
- Dreieck entlang a, b parallel verschieben bis eine Seite durch P verläuft .



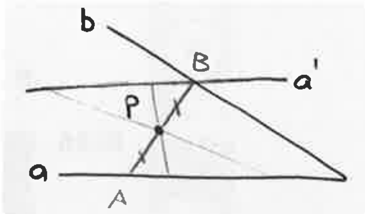
Es sind insgesamt **8 Lösungen** möglich, wobei das Dreieck immer die gleiche Form hat:
- Strecke: 2 verschieden Lagen möglich
- Dreieck ergänzen: je auf 2 Seiten möglich
- Dreieck verschieben: je 2 Weiten möglich



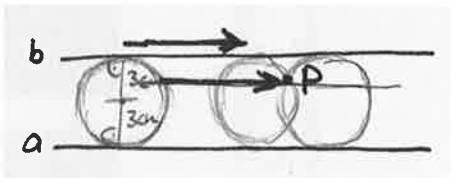
e Hat im Allgemeinen **keine Lösung**, Verschiebung hilft nicht weiter.
Für ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 6 cm, das eine Ecke auf a und eine Ecke auf c hat sind grundsätzlich die bei **d** gezeigten 4 Lagen (links) möglich. Da wäre es Zufall, wenn die dritte Ecke genau auf der Gerade b liegt.

f Hier hilft eine Verschiebung nicht viel.
Es ist das gleiche Problem wie bei **d** - ohne Ergänzung zum gleichseitigen Dreieck.
Es gibt **beliebig viele Lösungen**.

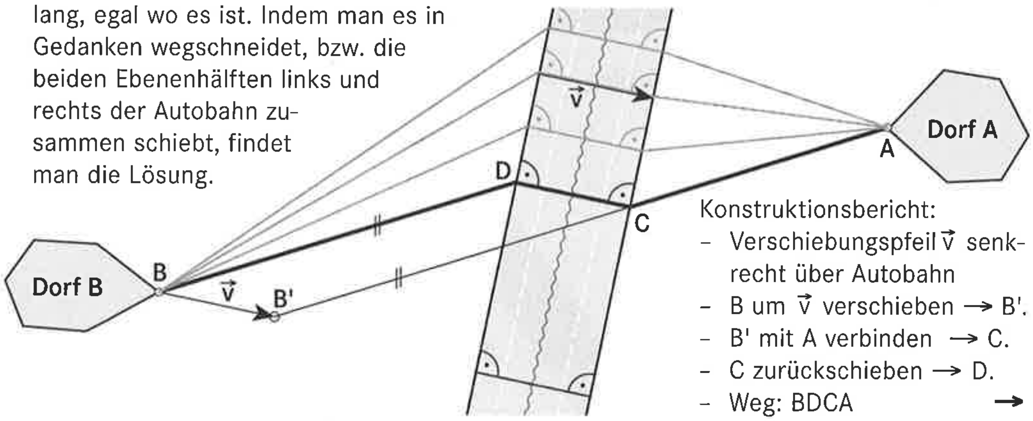
g Kann **nicht mit Verschiebung** gelöst werden.
Dieses Problem, verlangt nach einer Punktspiegelung (Strecken mit Hilfe einer Punktspiegelung einpassen):
- Schenkel a an P spiegeln → a'.
- Dort wo a' den zweiten Schenkel b schneidet, liegt ein Endpunkt der Strecke.



h Wird **mit Verschiebung** gelöst:
- Irgendwo wird ein Kreis mit Radius 3 cm eingepasst: Sein Mittelpunkt liegt in der Mitte von a und b im Abstand von 3 cm zu a.
- Kreis mit Hilfe einer Parallelen zu a durch P verschieben.

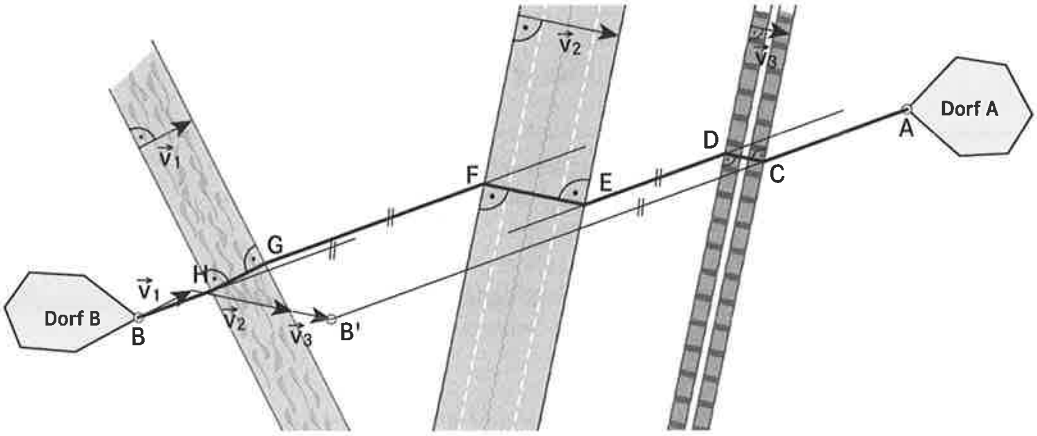


B423 **a** Lösungsidee:
Müsste die Autobahn nicht senkrecht überquert werden, so wäre der kürzeste Weg die direkte Verbindung von Dorf A zu Dorf B. Das Brücken-Wegstück ist jedoch immer gleich lang, egal wo es ist. Indem man es in Gedanken wegschneidet, bzw. die beiden Ebenenhälften links und rechts der Autobahn zusammen schiebt, findet man die Lösung.



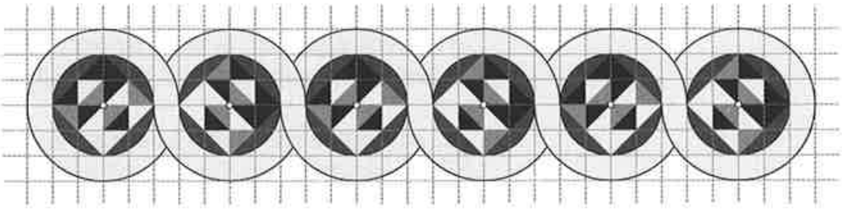
Konstruktionsbericht:
- Verschiebungspfeil $\vec{v}$ senkrecht über Autobahn
- B um $\vec{v}$ verschieben → B'.
- B' mit A verbinden → C.
- C zurückschieben → D.
- Weg: BDCA →

→ ■ Lösungsidee:
Das Prinzip des «Verschwinden-Lassens» von vorgegebenen Wegstücken durch Verschieben lässt sich beliebig erweitern.

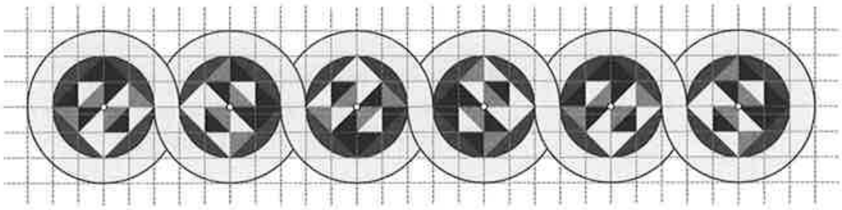


B424 ■ Es gibt verschiedene Lösungen. Zwei Beispiele:

Das Muster wiederholt sich nach zwei Motiven.



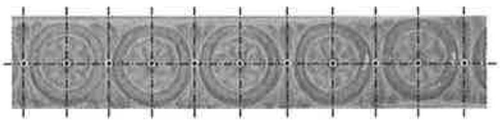
Das Muster wiederholt sich nach vier Motiven.



■ Ist dein Muster schön geworden?

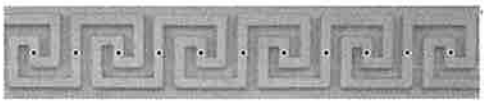
B425

- Schubsymmetrie (Typ 3 in unserer Liste)
- Achsensymmetrie bezüglich Querachsen



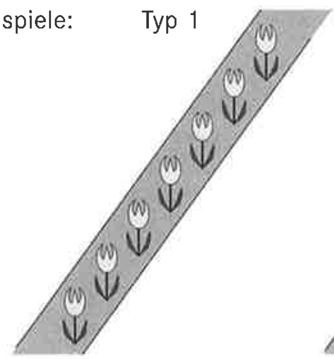
- Schubsymmetrie (Typ 5 in unserer Liste)
- Achsensymmetrie bezüglich Querachsen und der Längsachse
- Punktsymmetrie

- Schubsymmetrie (Typ 2 in unserer Liste)
- Achsensymmetrie bezüglich der Längsachse

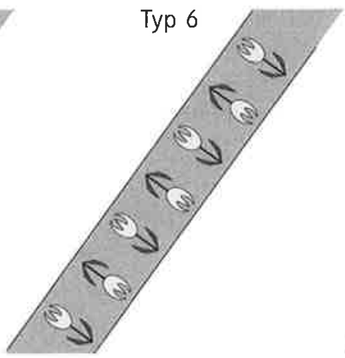


- Schubsymmetrie (Typ 4 in unserer Liste)
- Punktsymmetrie

B426 Beispiele: Typ 1



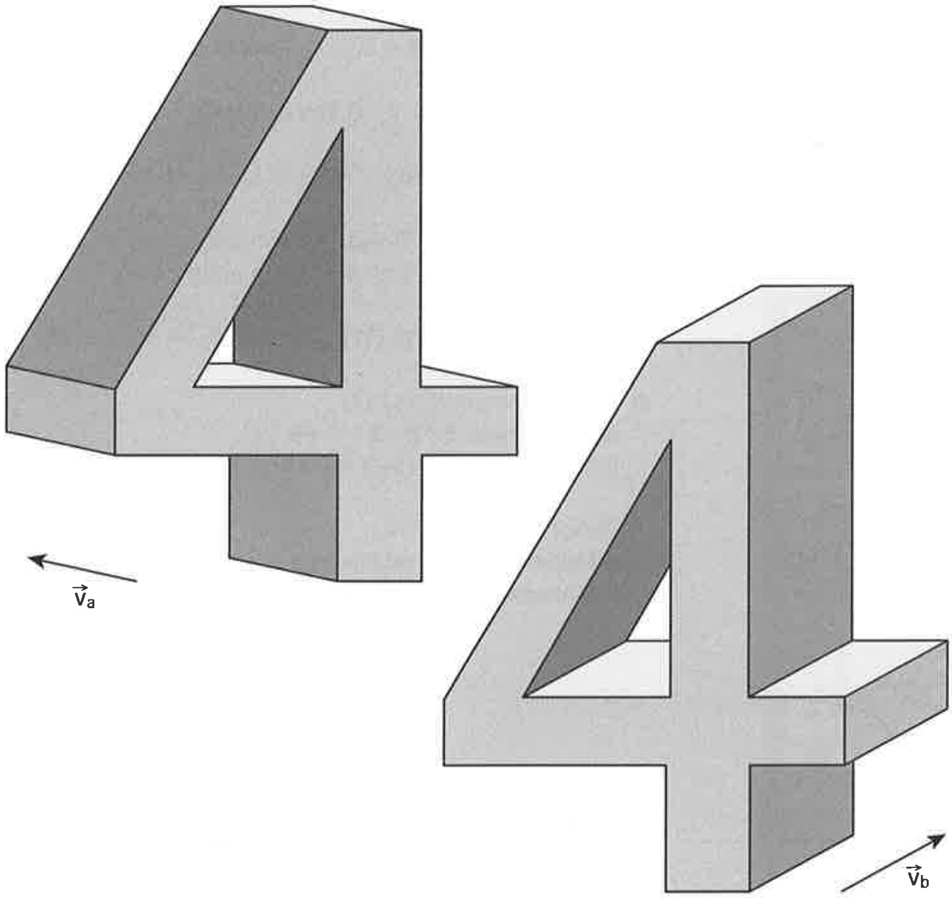
Typ 6



Typ 7

Kontrollaufgaben Kontrollauf

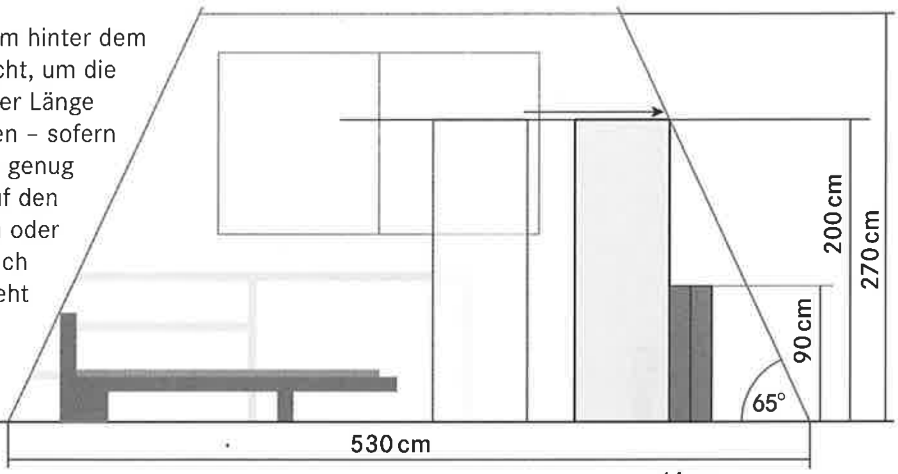
B427



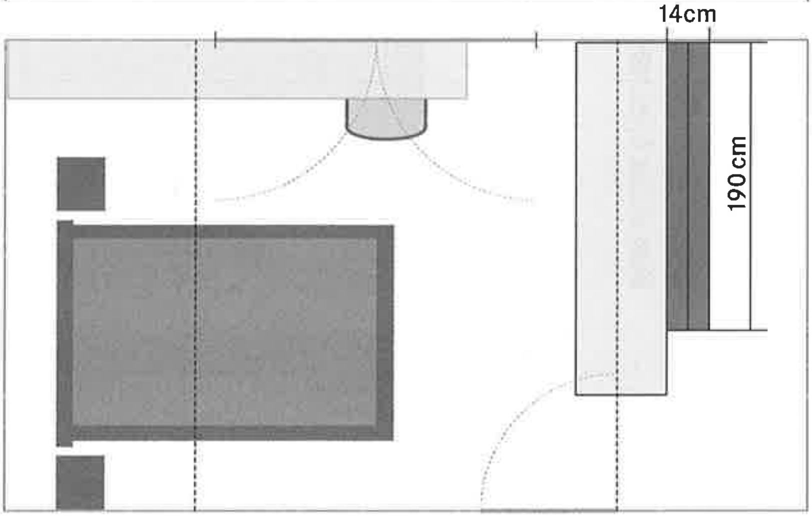
B428 Dachschräge zeichnen, Schrank irgendwo einzeichnen und verschieben bis er an der Dachschräge ansteht. Lea hat ihre gesamte Möblierung eingezeichnet.

Massstab 1 : 50

Der Stauraum hinter dem Schrank reicht, um die Matratzen der Länge nach zu legen – sofern der Schrank genug breit ist. (Auf den Boden legen oder der Höhe nach aufstellen geht nicht.)



Es wäre eventuell geschickter, einen etwas weniger hohen Schrank zu kaufen, der hinter der Türe Platz hat.



B429 ■ Von U(5/9) zu U'(13/20):
x-Koordinate: 5 + **8** = 13, **y-Koordinate**: 9 + **11** = 20

Verschiebungspfeil $\vec{v}_a$: **8 Einheiten nach rechts und 11 Einheiten nach oben.**

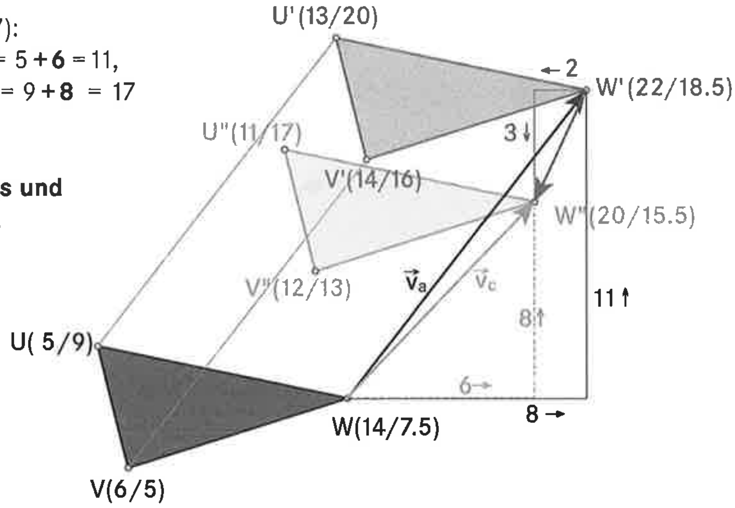
V(6/5) → **V'(14/16)**, W(14/7.5) → **W'(22/18.5)**

■ Verschieben um 2 Einheiten nach links: die x-Koordinate verkleinert sich um 2.
Verschieben um 3 Einheiten nach unten: die y-Koordinate verkleinert sich um 3.

U'(13/20) → **U"(11/17)**, V'(14/16) → **V"(12/13)**, W'(22/18.5) → **W"(20/15.5)**

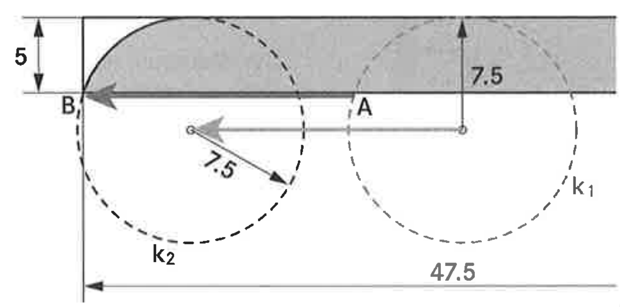
■ Von U(5/9) zu U"(11/17):
x-Koordinate: 5 + **8 − 2** = 5 + **6** = 11,
y-Koordinate: 9 + **11 − 3** = 9 + **8** = 17

Verschiebungspfeil $\vec{v}_c$:
6 Einheiten nach rechts und
8 Einheiten nach oben.

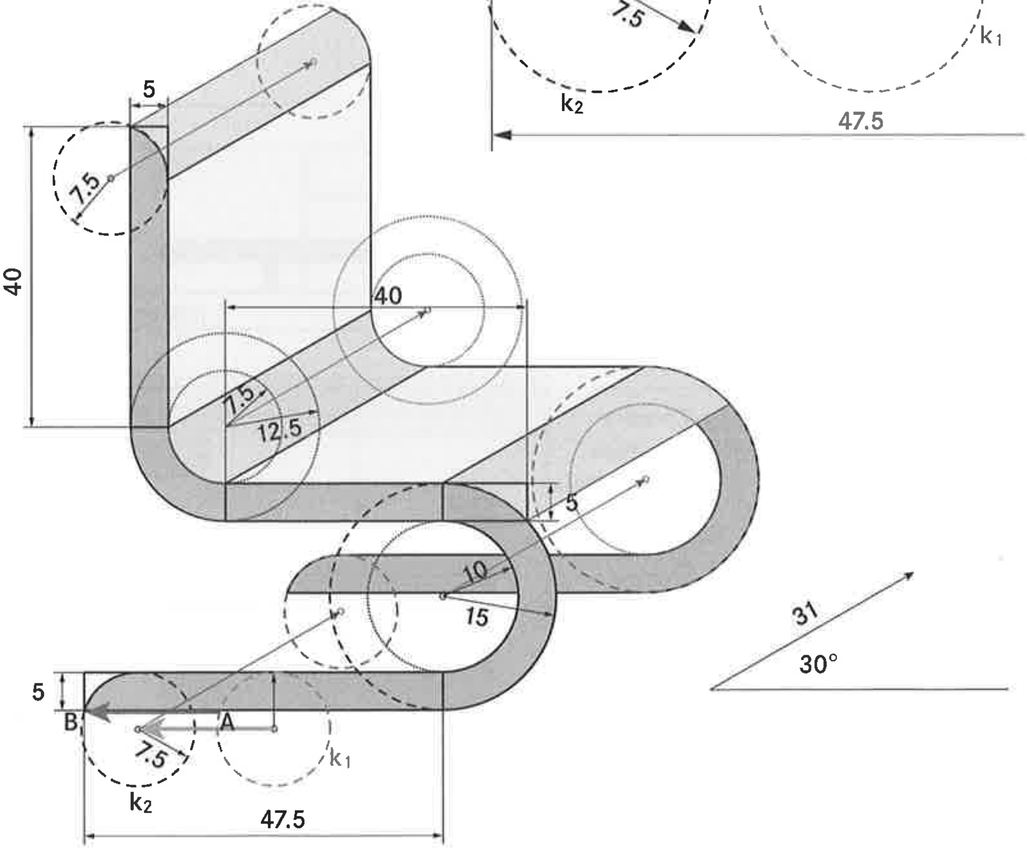


B430 Hier abgebildet im Massstab 1:10. Zum Zeichnen bequemer: Masstab 1:5

Kreis einpassen: Kreismittelpunkt irgendwo im richtigen Abstand einzeichnen, Kreis k_1 zeichnen.
Verschiebungspfeil: von A nach B.



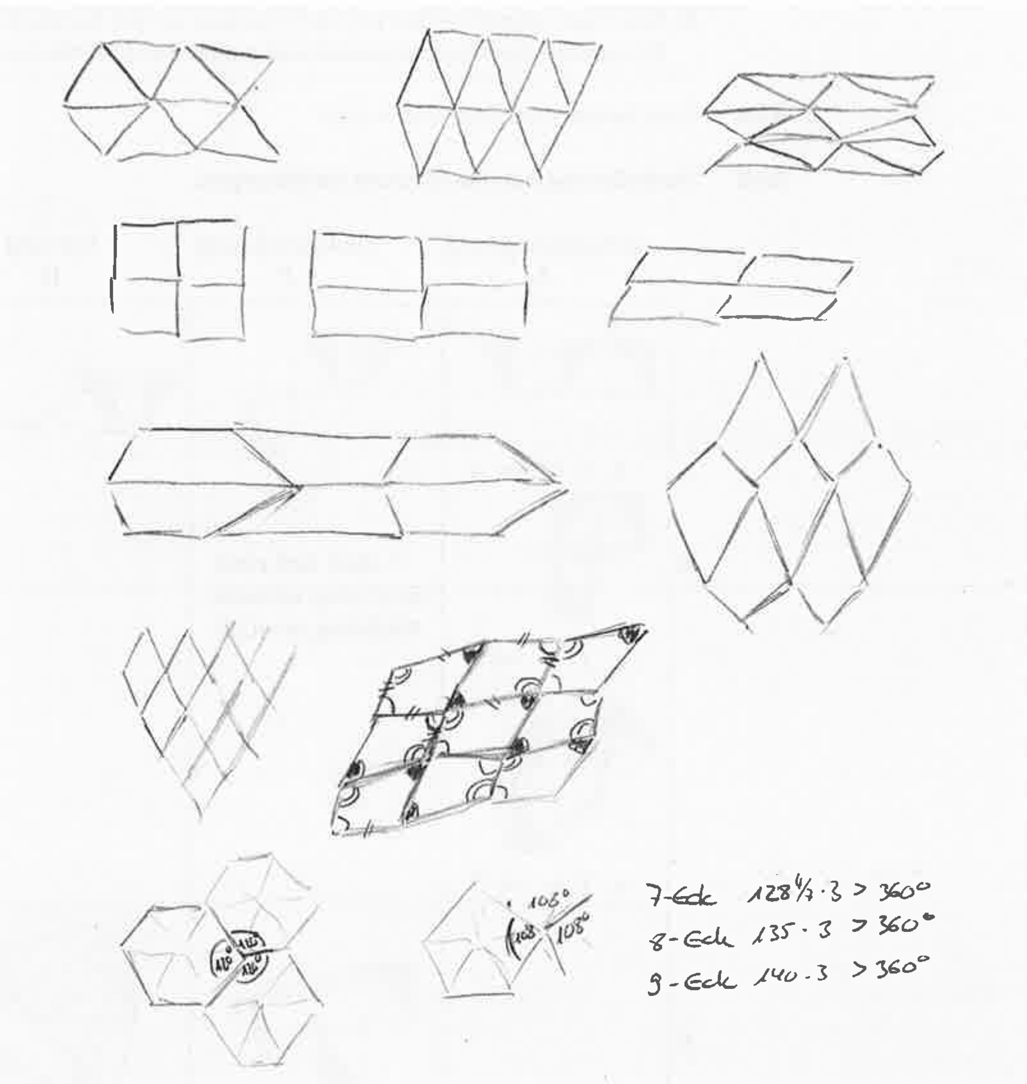
Muss ich den Stuhl grösser zeichnen???



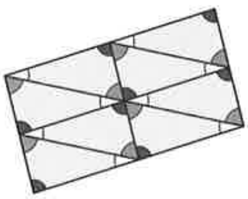
B5 Parkettieren und Verknüpfen

B51 -

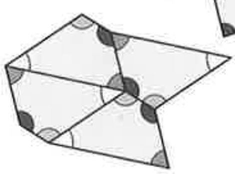
B52



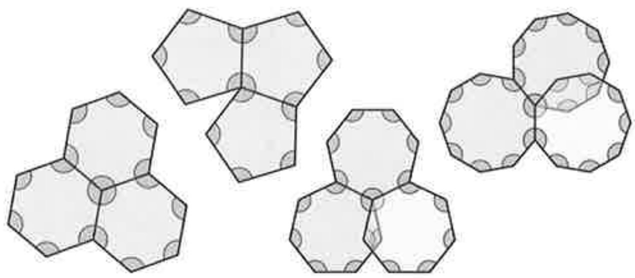
Flächen lassen sich mit jedem Dreieck, mit jedem Viereck und mit regelmässigen Sechsecken parkettieren. **Begründungen:**



- **Dreieck**
  Die Winkelsumme in jedem Dreieck ist 180°. Legt man die Dreiecke so zusammen wie abgebildet, so bilden die aneinander stossenden Winkel 360°.



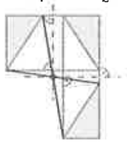
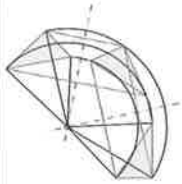
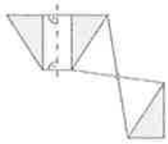
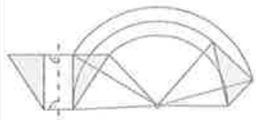
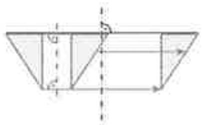
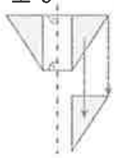
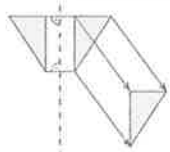
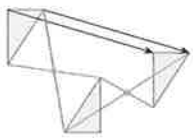
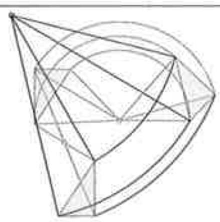
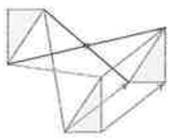
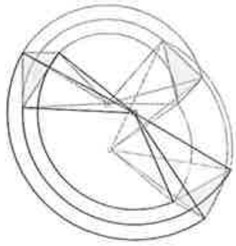
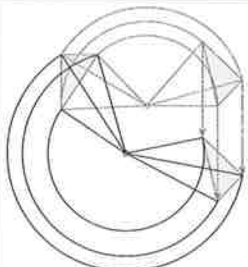
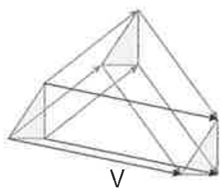
- **Viereck**
  Die Winkelsumme in jedem Viereck ist 360°. Legt man alle vier Ecken zusammen, so füllen sie einen 360°-Winkel aus.
- **Regelmässige Vielecke**
  Nur die Seckecke lassen sich so zusammenfügen, dass die Ecken einen 360°-Winkel ausfüllen. Beim Fünfeck sind es mit 3 Ecken weniger, mit 4 Ecken mehr als 360°, ab dem 7-Eck gibt die Summe von drei Eckwinkeln immer mehr als 360°.



B53 **1** Eine Figur wegschneiden und parallel zu den Seitenrändern verschieben.
2 Eine Figur wegschneiden und nicht parallel zu den Seitenrändern verschieben.
3 Eine Figur wegschneiden und an einer Seitenmitte punktspiegeln.
4 Eine Figur wegschneiden und um eine Ecke bis zur nächsten Seite drehen.
5 An parallelen Seiten je eine Figur wegschneiden und an der Seitenmitte punktspiegeln.
6 Eine Figur wegschneiden und parallel zu den Seitenrändern verschieben.
Eine zweite Figur wegschneiden und nicht parallel zu den Seitenrändern verschieben.
7 An benachbarten Seiten je eine Figur wegschneiden und an der Seitenmitte punktspiegeln.
8 Eine Figur wegschneiden und nicht parallel zu den Seitenrändern verschieben.
Eine zweite Figur wegschneiden und an der Seitenmitte punktspiegeln.

B54 Lass deiner Kreativität freien Lauf.

B55 **Verknüpfungstabelle für zwei Abbildungen:**

	Achsenspiegelung **A**	Punktspiegelung **P**	Drehung **D**	Verschiebung **V**
A	 $s_1 \parallel s_2 \rightarrow V$  $s_1 \perp s_2 \rightarrow P$  $s_1 \times s_2 \rightarrow D$	 * lässt sich nicht durch eine einzelne Abbildung ersetzen		 $\vec{v} \perp s \rightarrow A$  $\vec{v} \parallel s \rightarrow$ Schubspiegelung  $\vec{v} \times s$ *
P		 V	 D	 P
D			 D	 D
V				 V

B56 Erkennungsmerkmale:

- Ganze Figur parallel verschoben → Verschiebung
- Umlaufsinn gleich, keine parallelen Seiten → Drehung
- Umlaufsinn gleich, sich entsprechende Seiten parallel, gedreht → Punktspiegelung
- Immer wenn der Umlaufsinn der beiden Figuren verschieden ist, kommt noch eine Achsenspieglung dazu.